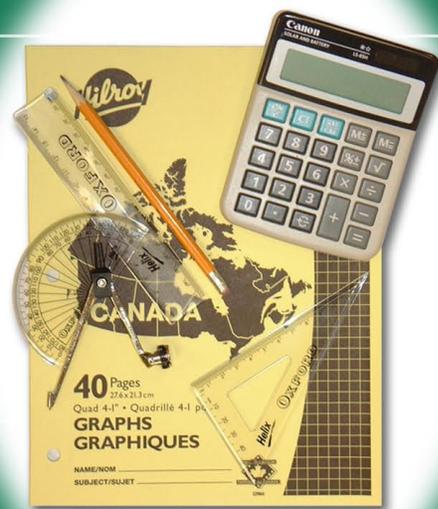


# MAT 611M

## Programme d'études 12<sup>e</sup> année

septembre 2013



# PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES DU SECONDAIRE DEUXIÈME CYCLE



Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance  
Division des programmes en français

## MATHÉMATIQUES 611M

Dernière révision : juin 2013



## Avant-propos

Ce programme d'études s'adresse à tous les intervenants en éducation qui œuvrent, de près ou de loin, au niveau des mathématiques de la douzième année. Il précise les résultats d'apprentissage en mathématiques que les élèves dans les écoles françaises et les écoles d'immersion de l'Île-du-Prince-Édouard devraient avoir atteints à la fin du cours MAT611M.

S'inspirant des ressources principales, *Calcul différentiel* et *Calcul intégral*, ce programme d'études a été conçu en vue de bien préparer les élèves à poursuivre leurs apprentissages en mathématiques durant leurs études postsecondaires.

*Dans le but d'alléger le texte, les termes de genre masculin sont utilisés pour désigner les femmes et les hommes.*



## Remerciements

Le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance tient à remercier les personnes qui ont apporté leur expertise à l'élaboration de ce document.

- Les spécialistes suivants, qui œuvrent au sein du ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance :

**Eric Arseneault**

Spécialiste des programmes  
en français de sciences et de  
mathématiques au secondaire  
Ministère de l'Éducation et du  
Développement de la petite  
enfance

**Blaine Bernard**

Spécialiste des programmes  
en anglais de mathématiques  
au secondaire  
Ministère de l'Éducation et du  
Développement de la petite  
enfance

- Un merci tout particulier aux enseignants qui ont participé à la mise à l'essai de ce nouveau programme :

**Marcel Caissie**

École Évangéline

**Sarah MacKinnon-Cormier**

École François-Buote

Enfin, le Ministère tient à remercier toutes les autres personnes qui ont contribué à la création et à la révision de ce document.



# Table des matières

## Introduction

<b>Avant-propos</b> .....	i
<b>Remerciements</b> .....	iii
<b>A - Contexte et fondement</b> .....	<b>1</b>
<b>Orientations de l'éducation publique</b> .....	3
La philosophie de l'éducation publique .....	3
Les buts de l'éducation publique .....	4
Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires .....	5
<b>Composantes pédagogiques</b> .....	9
Les résultats d'apprentissage .....	9
Principes relatifs au français parlé et écrit .....	10
L'évaluation .....	11
La littératie et la numératie pour tous .....	13
Principes relatifs à la diversité et aux perspectives culturelles .....	14
Les élèves ayant des besoins particuliers.....	14
<b>L'orientation de l'enseignement des mathématiques</b> .....	18
Philosophie concernant l'apprentissage des mathématiques .....	18
Domaine affectif .....	18
Des buts pour les élèves.....	19
<b>Les composantes pédagogiques du programme</b> .....	20
Cadre conceptuel des mathématiques 10-12.....	20
Les processus mathématiques .....	21
Voies et sujets d'étude .....	28
Le rôle des parents .....	30
Le choix de carrières.....	30
<b>B - Résultats d'apprentissage et indicateurs de rendement</b> .....	<b>31</b>
<b>Calcul différentiel</b> .....	33
<b>Calcul intégral</b> .....	43

**C - Plan d'enseignement..... 45**

**CALCUL DIFFÉRENTIEL**

Chapitre 2 : Limites et continuité.....47

Chapitre 3 : Définition de la dérivée .....53

Chapitre 4 : Dérivée de fonctions algébriques et de fonctions implicites .....59

Chapitre 5 : Taux de variation .....67

Chapitre 6 : Analyse de fonctions algébriques.....71

Chapitre 7 : Problèmes d'optimisation.....83

Chapitre 8 : Dérivée des fonctions exponentielles et logarithmiques.....85

Chapitre 9 : Dérivée des fonctions trigonométriques .....89

Chapitre 10 : Dérivée des fonctions trigonométriques inverses .....93

**CALCUL INTÉGRAL**

Chapitre 2 : Intégration.....99

Chapitre 3 : Intégrale définie.....103

**D - Annexes ..... 107**

**-A-**

# **Contexte et fondement**



## ORIENTATIONS DE L'ÉDUCATION PUBLIQUE

### **La philosophie de l'éducation publique**

**L'objectif du système d'éducation publique de l'Île-du-Prince-Édouard est de voir au développement des élèves afin que chacun d'entre eux puisse occuper une place de choix dans la société.**

Le but de l'éducation publique est de favoriser le développement de personnes autonomes, créatives et épanouies, compétentes dans leur langue, fières de leur culture, sûres de leur identité et désireuses de poursuivre leur éducation pendant toute leur vie. Elles sont ainsi prêtes à jouer leur rôle de citoyens libres et responsables, capables de collaborer à la construction d'une société juste, intégrée dans un projet de paix mondiale, et fondée sur le respect des droits humains et de l'environnement.

Tout en respectant les différences individuelles et culturelles, l'éducation publique s'est engagée à soutenir le développement harmonieux de la personne dans ses dimensions intellectuelle, physique, affective, sociale, culturelle, esthétique et morale. C'est pourquoi l'école doit être un milieu où les élèves peuvent s'épanouir et préparer leur vie adulte.

L'école ne peut, à elle seule, atteindre tous les objectifs de cette mission qui sous-tend un partenariat avec les parents, la commission scolaire, la communauté et le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance. Ce partenariat est essentiel à l'atteinte des objectifs d'excellence.

**Les buts de l'éducation publique<sup>1</sup>**

Les buts de l'éducation publique sont d'aider l'élève à :

- développer une soif pour l'apprentissage, une curiosité intellectuelle et une volonté d'apprendre tout au long de sa vie;
- développer la capacité de penser de façon critique, d'utiliser ses connaissances et de prendre des décisions informées;
- acquérir les connaissances et les habiletés de base nécessaires à la compréhension et à l'expression d'idées par l'entremise de mots, de nombres et d'autres symboles;
- comprendre le monde naturel et l'application des sciences et de la technologie dans la société;
- acquérir des connaissances sur le passé et savoir s'orienter vers l'avenir;
- apprendre à apprécier son patrimoine et à respecter la culture et les traditions;
- cultiver le sens des responsabilités;
- apprendre à respecter les valeurs communautaires, à cultiver un sens des valeurs personnelles et à être responsable de ses actions;
- développer une fierté et un respect pour sa communauté, sa province et son pays;
- cultiver le sens des responsabilités envers l'environnement;
- cultiver la créativité, y compris les habiletés et les attitudes se rapportant au milieu de travail;
- maintenir une bonne santé mentale et physique, et à apprendre à utiliser son temps libre de façon efficace;
- comprendre les questions d'égalité des sexes et la nécessité d'assurer des chances égales pour tous;
- comprendre les droits fondamentaux de la personne et à apprécier le mérite des particuliers;
- acquérir une connaissance de la deuxième langue officielle et une compréhension de l'aspect bilingue du pays.

---

<sup>1</sup> Ministère de l'Éducation et des Ressources humaines. *Une philosophie d'éducation publique pour les écoles de l'Île-du-Prince-Édouard*, novembre 1989, p. 1-4.

## Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires

L'atteinte de ces résultats d'apprentissage les préparera à continuer à apprendre tout au long de leur vie.

Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires sont les connaissances, les habiletés et les attitudes auxquelles on s'attend de la part de tous les élèves qui obtiennent leur diplôme de fin d'études secondaires. L'atteinte de ces résultats d'apprentissage les préparera à continuer à apprendre tout au long de leur vie. Les attentes sont décrites non en fonction de matières individuelles, mais plutôt en termes de connaissances, d'habiletés et d'attitudes acquises dans le cadre du programme.

### *Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires suivants forment le profil de formation des finissants de langue française au Canada atlantique :*

#### *Civisme*

Les finissants pourront apprécier, dans un contexte local et mondial, l'interdépendance sociale, culturelle, économique et environnementale. Ils voudront coopérer activement dans la société afin de créer un milieu de vie sain dans le respect de la diversité.

Ils pourront, par exemple :

- démontrer une compréhension des systèmes politique, social et économique du Canada dans un contexte mondial, et s'impliquer pour y faire valoir leurs droits;
- comprendre les enjeux sociaux, politiques et économiques qui ont influé sur les événements passés et présents, et planifier l'avenir en fonction de ces connaissances;
- apprécier leur identité et leur patrimoine culturels, ceux des autres, de même que l'apport du multiculturalisme à la société, et s'engager à y contribuer positivement;
- définir les principes et les actions des sociétés justes, pluralistes et démocratiques, et les défendre;
- examiner les problèmes reliés aux droits de la personne, reconnaître les différentes formes de discrimination et s'impliquer pour lutter contre ces injustices lorsqu'elles surviennent dans leur milieu;
- comprendre la notion du développement durable et ses répercussions sur l'environnement, et protéger activement les ressources naturelles de la planète dans un contexte socio-économique stable.

### Communication



**Les finissants seront capables de comprendre, de parler, de lire et d'écrire dans des contextes d'apprentissage variés afin de penser logiquement, d'approfondir leurs savoirs et de communiquer efficacement.**

Les finissants seront capables de comprendre, de parler, de lire et d'écrire dans des contextes d'apprentissage variés afin de penser logiquement, d'approfondir leurs savoirs et de communiquer efficacement.

Ils pourront, par exemple :

- explorer, évaluer et exprimer leurs propres idées, leurs connaissances, leurs perceptions et leurs sentiments;
- comprendre les faits et les rapports présentés sous forme de mots, de chiffres, de symboles, de graphiques et de tableaux;
- exposer des faits et donner des directives de façon claire, logique, concise et précise devant divers auditoires;
- manifester leur connaissance de la deuxième langue officielle;
- trouver, traiter, évaluer et partager des renseignements;
- faire une analyse critique des idées transmises par divers médias.

### Technologie

Les finissants seront en mesure d'utiliser diverses technologies, de faire preuve d'une compréhension des applications technologiques et d'appliquer les technologies appropriées à la résolution de problèmes.

Ils pourront, par exemple :

- utiliser les technologies actuelles afin de créer des projets, de rédiger des productions écrites, de communiquer, de partager des travaux et de rechercher adéquatement de l'information;
- démontrer une compréhension de l'impact de la technologie sur la société;
- démontrer une compréhension des questions d'ordre moral reliées à l'utilisation de la technologie dans un contexte local et global.

### *Développement personnel*



**Les finissants seront en mesure de poursuivre leur apprentissage et de mener une vie active et saine.**

Les finissants seront en mesure de poursuivre leur apprentissage et de mener une vie active et saine.

Ils pourront, par exemple :

- faire une transition vers le marché du travail et les études supérieures;
- prendre des décisions éclairées et en assumer la responsabilité;
- travailler seuls et en groupe en vue d'atteindre un objectif;
- démontrer une compréhension du rapport qui existe entre la santé et le mode de vie;
- choisir parmi un grand nombre de possibilités de carrières;
- démontrer des habiletés d'adaptation, de gestion et de relations interpersonnelles;
- démontrer de la curiosité intellectuelle, un esprit entreprenant et un sens de l'initiative;
- faire un examen critique des questions d'ordre moral.

### *Expression artistique*

Les finissants seront en mesure de porter un jugement critique sur diverses formes d'art et de s'exprimer par les arts.

Ils pourront, par exemple :

- utiliser diverses formes d'art comme moyens de formuler et d'exprimer des idées, des perceptions et des sentiments;
- démontrer une compréhension de l'apport des arts à la vie quotidienne et économique, ainsi qu'à l'identité et à la diversité culturelle;
- démontrer une compréhension des idées, des perceptions et des sentiments exprimés par autrui sous diverses formes d'art;
- apprécier l'importance des ressources culturelles (théâtres, musées, galeries d'art, etc.).

### *Résolution de problèmes*

Les finissants seront capables d'utiliser les stratégies et les méthodes nécessaires à la résolution de problèmes, y compris les stratégies et les méthodes faisant appel à des concepts reliés à toutes les matières scolaires.

Ils pourront, par exemple :

- recueillir, traiter et interpréter des renseignements de façon critique afin de faire des choix éclairés;
- utiliser, avec souplesse et créativité, diverses stratégies en vue de résoudre des problèmes;
- résoudre des problèmes seuls et en groupe;
- déceler, décrire, formuler et reformuler des problèmes;
- formuler et évaluer des hypothèses;
- constater, décrire et interpréter différents points de vue, en plus de distinguer les faits des opinions.

### *Langue et culture françaises*



**Les finissants seront pleinement conscients de la vaste contribution des Acadiens et des francophones à la société canadienne.**

Les finissants seront pleinement conscients de la vaste contribution des Acadiens et des francophones à la société canadienne. Ils reconnaîtront qu'ils appartiennent à une société dynamique, productive et démocratique, respectueuse des valeurs culturelles de tous, et que le français et l'anglais font partie de leur identité.

Ils pourront, par exemple :

- s'exprimer couramment en français à l'oral et à l'écrit;
- manifester le goût de la lecture et de la communication en français;
- accéder à l'information en français provenant des divers médias et la traiter;
- faire valoir leurs droits et assumer leurs responsabilités en tant que francophones ou francophiles;
- démontrer une compréhension de la nature bilingue du Canada et des liens d'interdépendance culturelle qui façonnent le développement de la société canadienne.

## COMPOSANTES PÉDAGOGIQUES

### Les résultats d'apprentissage \*

« Un résultat d'apprentissage n'est pas un objectif. Il aborde l'enseignement d'un point de vue différent : alors que l'objectif précise ce que l'enseignant doit faire, le résultat décrit ce que l'élève doit avoir appris dans une période donnée. »

L'orientation de l'enseignement se cristallise autour de la notion de **résultat d'apprentissage**.

Un **résultat d'apprentissage** décrit le comportement en précisant les habiletés, les stratégies, les connaissances mesurables, les attitudes observables qu'un élève a acquises au terme d'une situation d'apprentissage.

Un résultat d'apprentissage n'est pas un objectif. Il aborde l'enseignement d'un point de vue différent : alors que l'objectif précise ce que l'enseignant doit faire, le résultat décrit ce que l'élève doit avoir appris dans une période donnée.

Les résultats d'apprentissage spécifiques sont précisés à chaque niveau scolaire, de la maternelle à la 12<sup>e</sup> année.

Il y a **quatre** types de résultats d'apprentissage :

Les résultats d'apprentissage transdisciplinaires (RAT)	Les résultats d'apprentissage généraux (RAG)	Les résultats d'apprentissage de fin de cycle (RAC)	Les résultats d'apprentissage spécifiques (RAS)
Ils énoncent les apprentissages que l'on retrouve dans toutes les matières et qui sont attendus de tous les élèves à la fin de leurs études secondaires.	Ils décrivent les attentes générales communes à chaque niveau, de la maternelle à la 12 <sup>e</sup> année, dans chaque domaine.	Ils précisent les RAG à la fin de la 3 <sup>e</sup> , 6 <sup>e</sup> , 9 <sup>e</sup> et 12 <sup>e</sup> année.	Il s'agit d'énoncés précis décrivant les habiletés spécifiques, les connaissances et la compréhension que les élèves devraient avoir acquises à la fin de chaque niveau scolaire.

La gradation du niveau de difficulté des résultats d'apprentissage spécifiques d'une année à l'autre permettra à l'élève d'acquérir progressivement ses connaissances, ses habiletés, ses stratégies et ses attitudes.

Pour que l'élève puisse atteindre un résultat spécifique à un niveau donné, il faut qu'au cours des années antérieures et subséquentes les habiletés, les connaissances, les stratégies et les attitudes fassent l'objet d'un enseignement et d'un réinvestissement graduels et continus. Par exemple, pour l'atteinte d'un résultat d'apprentissage spécifique en 9<sup>e</sup> année,

\* Adapté de la Nouvelle-Écosse. Programme de français M-8, p. 3-4.

on aura travaillé aux apprentissages en 7<sup>e</sup> et en 8<sup>e</sup> année, et l'élève devra réinvestir les connaissances et les habiletés au cours des années suivantes.

La présentation des résultats d'apprentissage par année, qui est conforme à la structure établie dans ce document, ne constitue pas une séquence d'enseignement suggérée. On s'attend à ce que les enseignants définissent eux-mêmes l'ordre dans lequel les résultats d'apprentissage seront abordés. Bien que certains résultats d'apprentissage doivent être atteints avant d'autres, une grande souplesse existe en matière d'organisation du programme. En mettant l'accent sur l'acquisition de compétences linguistiques, les interventions pédagogiques seront de l'ordre du « comment » développer une habileté et du « comment » acquérir une notion, plutôt que du « quoi » enseigner. La diversité des stratégies pédagogiques mobilisera l'expérience et la créativité du personnel.

### Principes relatifs au français parlé et écrit

L'école doit favoriser le perfectionnement du français à travers le rayonnement de la langue et de la culture française, dans l'ensemble de ses activités.

**(...) la qualité du français utilisé et enseigné à l'école est la responsabilité de tous les enseignants.**

La langue étant un instrument de pensée et de communication, le français représente le véhicule principal d'acquisition et de transmission des connaissances dans nos écoles, peu importe la discipline enseignée. C'est en français que l'élève doit prendre conscience de la réalité, analyser ses expériences personnelles et maîtriser le processus de la pensée logique avant de communiquer. Parce que l'école doit assurer l'approfondissement et l'élargissement des connaissances fondamentales du français, aussi bien que le perfectionnement de la langue parlée et écrite, la qualité du français utilisé et enseigné à l'école est la responsabilité de tous les enseignants.

**(...) c'est au cours d'activités scolaires et de l'apprentissage, quelle que soit la discipline, que l'élève enrichit sa langue et perfectionne ses moyens d'expression orale et écrite.**

Le ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance sollicite, par conséquent, la collaboration de tous les enseignants pour promouvoir une tenue linguistique de haute qualité à l'école. Il rappelle que c'est au cours d'activités scolaires et de l'apprentissage, quelle que soit la discipline, que l'élève enrichit sa langue et perfectionne ses moyens d'expression orale et écrite.

Il importe aux titulaires de cours de maintenir dans leur classe une ambiance favorable au développement et à l'enrichissement du français, et de sensibiliser l'élève au souci de l'efficacité linguistique, tant sur le plan de la pensée que sur celui de la communication. De fait, chaque enseignant détient le rôle de modèle sur le plan de la communication orale et écrite. Pour ce

faire, chacun doit multiplier les occasions d'utiliser le français et s'efforcer d'en maintenir la qualité en portant une attention particulière au vocabulaire technique de sa discipline ainsi qu'à la clarté et à la précision du discours oral et écrit.

## L'évaluation

L'évaluation joue un rôle essentiel dans la façon dont les élèves apprennent, dans leur motivation à apprendre et dans la façon dont l'enseignement est offert aux élèves. Le Ministère croit que le rôle de l'évaluation est avant tout de rehausser la qualité de l'enseignement et d'améliorer l'apprentissage des élèves.

**L'évaluation doit être planifiée en fonction de ses buts.**

L'évaluation doit être planifiée en fonction de ses buts. L'évaluation au service de l'apprentissage, l'évaluation en tant qu'apprentissage et l'évaluation de l'apprentissage ont chacune un rôle à jouer dans le soutien et l'amélioration de l'apprentissage des élèves. La partie la plus importante de l'évaluation est la façon dont on interprète et on utilise les renseignements recueillis pour le but visé.

### *L'évaluation vise divers buts :*

#### *L'évaluation au service de l'apprentissage (diagnostique)*

Cette évaluation éclaire les enseignants sur ce que les élèves comprennent, et leur permet de planifier et d'orienter l'enseignement tout en fournissant une rétroaction utile aux élèves.

#### *L'évaluation en tant qu'apprentissage (formative)*

Cette évaluation permet aux élèves de prendre conscience de leurs méthodes d'apprentissage (métacognition), et d'en profiter pour adapter et faire progresser leurs apprentissages en assumant une responsabilité accrue à leur égard.

#### *L'évaluation de l'apprentissage (sommative)*

**(...) l'évaluation joue un rôle essentiel en fournissant des renseignements utiles pour guider l'enseignement, pour aider les élèves à atteindre les prochaines étapes, et pour vérifier les progrès et les réalisations.**

Les renseignements recueillis à la suite de cette évaluation permettent aux élèves, aux enseignants et aux parents, ainsi qu'à la communauté éducative au sens large, d'être informés sur les résultats d'apprentissage atteints à un moment précis. L'évaluation de l'apprentissage peut servir d'évaluation *au service de* l'apprentissage lorsqu'elle est utilisée pour planifier les interventions et pour guider l'enseignement afin de continuer à favoriser la réussite.

L'évaluation fait partie intégrante du processus d'apprentissage. Elle est intimement liée aux programmes d'études et à l'enseignement. En même temps que les enseignants et les élèves travaillent en vue d'atteindre les résultats d'apprentissage des programmes d'études, l'évaluation joue un

rôle essentiel en fournissant des renseignements utiles pour guider l'enseignement, pour aider les élèves à atteindre les prochaines étapes, et pour vérifier les progrès et les réalisations. Pour l'évaluation en classe, les enseignants recourent à toutes sortes de stratégies et d'outils différents, et ils les adaptent de façon à ce qu'ils répondent au but visé et aux besoins individuels des élèves.

Les *indicateurs de rendement* reflètent la profondeur, l'étendue et l'atteinte d'un résultat d'apprentissage.

Les recherches et l'expérience démontrent que l'apprentissage de l'élève est meilleur quand :

- l'enseignement et l'évaluation sont basés sur des buts d'apprentissage clairs;
- l'enseignement et l'évaluation sont différenciés en fonction des besoins des élèves;
- les élèves participent au processus d'apprentissage (ils comprennent les buts de l'apprentissage et les critères caractérisant un travail de bonne qualité, reçoivent et mettent à profit les rétroactions descriptives, et travaillent pour améliorer leur performance);
- l'information recueillie au moyen de l'évaluation est utilisée pour prendre des décisions favorisant l'apprentissage continu;
- les parents sont bien informés des apprentissages de leur enfant et travaillent avec l'école pour planifier et apporter le soutien nécessaire.

## La littératie et la numératie pour tous

**(...) les connaissances, les habiletés et les stratégies reliées à la littératie et la numératie ne sont pas uniquement des concepts devant être enseignés et appris. Elles font partie intégrante de notre façon de comprendre le monde (...)**

Au cours des dernières années, nous en sommes venus à comprendre que les connaissances, les habiletés et les stratégies reliées à la littératie et la numératie ne sont pas uniquement des concepts devant être enseignés et appris. Elles font partie intégrante de notre façon de comprendre le monde, de communiquer avec celui-ci et de participer à sa construction. C'est grâce à ces outils que l'élève deviendra un membre actif de sa communauté.

« La littératie désigne la capacité d'utiliser le langage et les images, de formes riches et variées, pour lire, écrire, écouter, parler, voir, représenter et penser de façon critique. Elle permet d'échanger des renseignements, d'interagir avec les autres et de produire du sens. C'est un processus complexe qui consiste à s'appuyer sur ses connaissances antérieures, sa culture et son vécu pour acquérir de nouvelles connaissances et mieux comprendre ce qui nous entoure. »

Ministère de l'Éducation de l'Ontario, « *La littératie au service de l'apprentissage : Rapport de la Table ronde des experts en littératie de la 4<sup>e</sup> à la 6<sup>e</sup> année* », 2004, p. 5.

« La littératie va plus loin que la lecture et l'écriture et vise la communication en société. Elle relève de la pratique sociale, des relations, de la connaissance, du langage et de la culture. Elle se manifeste sur différents supports de communication : sur papier, sur écran d'ordinateur, à la télévision, sur des affiches, sur des panneaux. Les personnes compétentes en littératie la considèrent comme un acquis quand les autres sont exclus d'une grande partie de la communication collective. En effet, ce sont les exclus qui peuvent le mieux apprécier la notion de littératie comme source de liberté. »

Adaptation de la déclaration de l'UNESCO à l'occasion de la Décennie des Nations Unies pour l'alphabétisation, 2003-2012.

« La numératie englobe les connaissances et les compétences requises pour gérer efficacement les exigences relatives aux notions de calcul de diverses situations. »

Statistique Canada, 2008.

« *La numératie* est une compétence qui se développe non seulement en étudiant les mathématiques, mais aussi dans l'étude des autres matières. Il s'agit de l'acquisition d'une connaissance des *processus mathématiques* et d'une appréciation de leur *nature*. Ainsi on développe un *sens de l'espace et des nombres* qu'on utilise dans des *contextes significatifs* qui reflètent notre monde. La confiance accrue au fur et à mesure qu'on se sert de sa compréhension et de sa *créativité en résolution de problèmes* rend l'apprenant plus compétent à fonctionner dans une société en évolution constante, et surtout sur le plan *technologique*. »

Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance, 2010.

## Principes relatifs à la diversité et aux perspectives culturelles

**Le présent programme d'études est inclusif et est conçu pour aider tous les élèves à réaliser leur potentiel en leur donnant accès à des objectifs d'apprentissage identiques.**

Le présent programme d'études est inclusif et est conçu pour aider tous les élèves à réaliser leur potentiel en leur donnant accès à des objectifs d'apprentissage identiques.

Toutefois, de nombreux facteurs influent sur le développement des aptitudes à parler, à lire, à échanger et à écrire. Quand ils conçoivent des expériences d'apprentissage pour leurs élèves, les enseignants doivent donc tenir compte des caractéristiques variées qui distinguent les jeunes dont ils sont responsables (qu'elles se reflètent dans leurs besoins d'apprentissage, leurs expériences, leurs intérêts ou leurs valeurs).

## *La diversité culturelle et sociale*

La diversité culturelle et sociale est une ressource qui vise à enrichir et à élargir l'expérience d'apprentissage de tous les élèves. Non seulement les élèves ont-ils cette ressource à leur disposition, mais aussi la portent-ils en eux, la rendant ainsi exploitable dans la salle de classe. Au sein d'une communauté d'apprenants, les élèves ainsi sensibilisés à la diversité culturelle peuvent comprendre et exprimer des points de vue et des expériences variés, teintés de leurs traditions, de leurs valeurs, de leurs croyances et de leur bagage culturel. Ils apprennent ainsi que plusieurs points de vue sont possibles et développent un plus grand respect pour la différence. Ils sont ainsi encouragés à accepter d'autres façons de voir le monde.

## Les élèves ayant des besoins particuliers

**Les enseignants doivent adapter les contextes d'apprentissage de manière à offrir du soutien et des défis à tous les élèves (...)**

Les résultats du programme énoncés dans le présent guide sont importants pour tous les apprenants et servent de cadre à un éventail d'expériences d'apprentissage pour tous les élèves, y compris ceux qui ont besoin de plans éducatifs individuels.

Pour obtenir les résultats voulus, certains élèves peuvent avoir besoin de matériel spécialisé, par exemple, des machines braille, des instruments grossissants, des traitements de texte avec vérification orthographique et autres programmes informatiques, des périphériques comme des synthétiseurs vocaux et des imprimés en gros caractères. On peut compter dans les résultats relatifs à l'oral et à l'écoute toutes les formes de communication verbale et non verbale, dont le langage gestuel et les communicateurs.

Les enseignants doivent adapter les contextes d'apprentissage de manière à offrir du soutien et des défis à tous les élèves, et utiliser avec souplesse le continuum des énoncés des résultats

attendus dans le cadre du programme, de manière à planifier des expériences d'apprentissage convenant aux besoins d'apprentissage des élèves. Si des résultats particuliers sont impossibles à atteindre ou ne conviennent pas à certains élèves, les enseignants peuvent fonder l'établissement des objectifs d'apprentissage de ces élèves sur les énoncés de résultats du programme général, sur les résultats à atteindre à des étapes clés du programme et sur des résultats particuliers du programme pour les niveaux antérieurs et postérieurs, en guise de point de référence.

L'utilisation d'expériences d'apprentissage et de stratégies d'enseignement et d'apprentissage variées, ainsi que l'accès à des ressources diversifiées appropriées au contenu et au contexte, contribuent à rejoindre les différents styles d'apprenants d'une classe et favorisent l'apprentissage et le succès. L'utilisation de pratiques d'évaluation diversifiées offre également aux élèves des moyens multiples et variés de démontrer leurs réalisations et de réussir.

Certains élèves seront en mesure d'atteindre les résultats d'apprentissage visés par la province si l'on apporte des changements aux stratégies d'enseignement, à l'organisation de la salle de classe et aux techniques d'appréciation du rendement. Par contre, si ces changements ne suffisent pas à permettre à un élève donné d'atteindre les résultats d'apprentissage visés, alors un plan éducatif individualisé (P.E.I.) peut être élaboré.

Les élèves qui ont des besoins spéciaux bénéficient de la diversité des groupements d'élèves qui permettent le maximum d'interactions entre l'enseignant et les élèves, et entre ces derniers. Voici divers groupements possibles :

- enseignement à la classe complète;
- enseignement à de petits groupes;
- apprentissage en petits groupes;
- groupes d'apprentissage coopératif;
- enseignement individuel;
- travail indépendant;
- apprentissage avec partenaire;
- enseignement par un pair;
- travail à l'ordinateur supervisé par l'enseignant.

Les enseignants devraient adapter leur enseignement pour stimuler l'apprentissage des élèves doués et utiliser la progression d'énoncés de résultats du programme pour planifier des expériences significatives. Par exemple, les élèves qui ont déjà obtenu les résultats du programme s'appliquant à leur niveau particulier peuvent travailler à

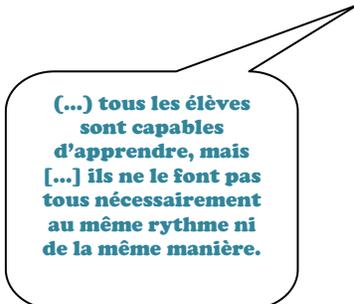
l'obtention de résultats relevant du niveau suivant.

Dans la conception des tâches d'apprentissage destinées aux apprenants avancés, les enseignants devraient envisager des moyens permettant aux élèves d'améliorer leurs connaissances, leur processus mental, leurs stratégies d'apprentissage, leur conscience d'eux-mêmes et leurs intuitions. Ces apprenants ont aussi besoin de maintes occasions d'utiliser le cadre des résultats du programme général pour concevoir eux-mêmes des expériences d'apprentissage qu'ils pourront accomplir individuellement ou avec des partenaires.

Bon nombre des suggestions visant l'enseignement et l'apprentissage offrent des contextes permettant l'accélération et l'enrichissement, comme l'accent sur l'expérience, l'enquête et les perspectives critiques. La souplesse du programme en ce qui concerne le choix des textes permet aussi d'offrir des défis et de rehausser l'apprentissage pour les élèves ayant des aptitudes linguistiques particulières.

Les élèves doués ont besoin d'occasions de travailler dans le cadre de types de regroupements divers, notamment des groupes d'apprentissage réunissant des degrés d'aptitude différents ou semblables, des groupes réunissant des intérêts différents ou semblables et des groupes de partenaires.

### La différenciation



**(...) tous les élèves sont capables d'apprendre, mais [...] ils ne le font pas tous nécessairement au même rythme ni de la même manière.**

Une stratégie particulièrement utile à l'enseignant est la différenciation. Il s'agit d'une stratégie qui reconnaît que tous les élèves sont capables d'apprendre, mais qu'ils ne le font pas tous nécessairement au même rythme ni de la même manière. Les enseignants doivent continuellement chercher de nouvelles stratégies et se constituer leur propre répertoire de stratégies, de techniques et de matériel qui faciliteront l'apprentissage des élèves dans la majorité des situations. La différenciation de l'enseignement n'est pas une stratégie d'enseignement spécialisé, mais constitue plutôt une stratégie qui prône l'équilibre, qui reconnaît les différences entre les élèves et qui agit sur ces différences.

Pour reconnaître et valoriser la diversité chez les élèves, les enseignants doivent envisager des façons :

- de donner l'exemple par des attitudes, des actions et un langage inclusifs qui appuient tous les apprenants;
- d'établir un climat et de proposer des expériences d'apprentissage affirmant la dignité et la valeur de tous les apprenants de la classe;

- d'adapter l'organisation de la classe, les stratégies d'enseignement, les stratégies d'évaluation, le temps et les ressources d'apprentissage aux besoins des apprenants et de mettre à profit leurs points forts;
- de donner aux apprenants des occasions de travailler dans divers contextes d'apprentissage, y compris les regroupements de personnes aux aptitudes variées;
- de relever la diversité des styles d'apprentissage des élèves et d'y réagir;
- de mettre à profit les niveaux individuels de connaissances, de compétences et d'aptitudes des élèves;
- de concevoir des tâches d'apprentissage et d'évaluation qui misent sur les forces des apprenants;
- de veiller à ce que les apprenants utilisent leurs forces comme moyen de s'attaquer à leurs difficultés;
- d'utiliser les forces et les aptitudes des élèves pour stimuler et soutenir leur apprentissage;
- d'offrir des pistes d'apprentissage variées;
- de souligner la réussite des tâches d'apprentissage que les apprenants estimaient trop difficiles pour eux.

## L'ORIENTATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

### **Philosophie concernant les élèves et l'apprentissage des mathématiques**

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs ayant tous des intérêts, des habiletés et des besoins qui leur sont propres. Chacun arrive à l'école avec son propre bagage de connaissances, de vécu et d'acquis. Un élément clé de la réussite du développement de la numératie est l'établissement de liens entre ces acquis et ce vécu.

Les élèves apprennent quand ils peuvent attribuer une signification à ce qu'ils font; et chacun d'entre eux doit construire son propre sens des mathématiques. C'est en allant du plus simple au plus complexe ou du plus concret au plus abstrait que les élèves ont le plus de possibilités de développer leur compréhension des mathématiques.

Il existe de nombreuses approches pédagogiques destinées aux enseignants qui ont à composer avec les multiples modes d'apprentissage de leurs élèves ainsi qu'avec leurs stades de développement respectifs. Quels que soient leurs niveaux, tous les élèves bénéficieront d'un enseignement appuyé par une variété de matériaux, d'outils et de contextes pour développer leurs conceptions personnelles des nouvelles notions de mathématiques qui leur sont proposées. La discussion entre élèves peut engendrer des liens essentiels entre des représentations concrètes, imagées et symboliques des mathématiques.

Le milieu d'apprentissage offert aux élèves devrait encourager, respecter et incorporer leur vécu et tous leurs modes de pensée, quels qu'ils soient. Ainsi, tout élève devrait se sentir en mesure de prendre des risques intellectuels en posant des questions et en formulant des hypothèses. L'exploration de situations de résolution de problèmes est essentielle au développement de stratégies personnelles et de littératie mathématique. Les élèves doivent se rendre compte qu'il est tout à fait acceptable de résoudre des problèmes de différentes façons et que les solutions peuvent varier selon la façon de comprendre le problème.

### **Domaine affectif**

Sur le plan affectif, une attitude positive envers les matières qui leur sont enseignées aura un effet profond et marquant sur l'apprentissage. Les environnements qui offrent des chances de succès et favorisent le sentiment d'appartenance ainsi que la prise de risques contribuent au maintien de l'attitude positive des élèves et de leur confiance en eux-mêmes. Les élèves qui feront preuve d'une attitude positive envers les mathématiques

seront vraisemblablement motivés et disposés à apprendre, à participer à des activités, à persévérer face aux défis et à s'engager dans des pratiques réflexives.

Les enseignants, les élèves et les parents doivent comprendre la relation qui existe entre les domaines affectif et intellectuel et miser sur les aspects affectifs qui contribuent au développement d'attitudes positives. Pour réussir, les élèves doivent apprendre à se fixer des objectifs réalisables et à s'autoévaluer au fur et à mesure qu'ils s'efforcent de réaliser ces objectifs.

L'aspiration au succès et à l'autonomie et le développement du sens des responsabilités impliquent des retours réguliers sur les buts personnels fixés, sur l'autoévaluation et la réflexion.

### **Des buts pour les élèves**

Dans l'enseignement des mathématiques, les principaux buts sont de préparer les élèves à :

- résoudre des problèmes;
- communiquer et raisonner en termes mathématiques;
- établir des liens entre les mathématiques et leurs applications;
- devenir des adultes compétents en mathématiques;
- apprécier et valoriser les mathématiques;
- mettre à profit leur compétence en mathématiques afin de contribuer à la société.

Les élèves qui ont atteint ces buts vont :

- comprendre et apprécier la contribution des mathématiques à la société;
- afficher une attitude positive envers les mathématiques;
- entreprendre des travaux et des projets de mathématiques, et persévérer à les mener à terme;
- participer à des discussions sur les mathématiques;
- prendre des risques pour effectuer des travaux de mathématiques;
- faire preuve de curiosité pour les mathématiques et dans les situations impliquant les mathématiques.

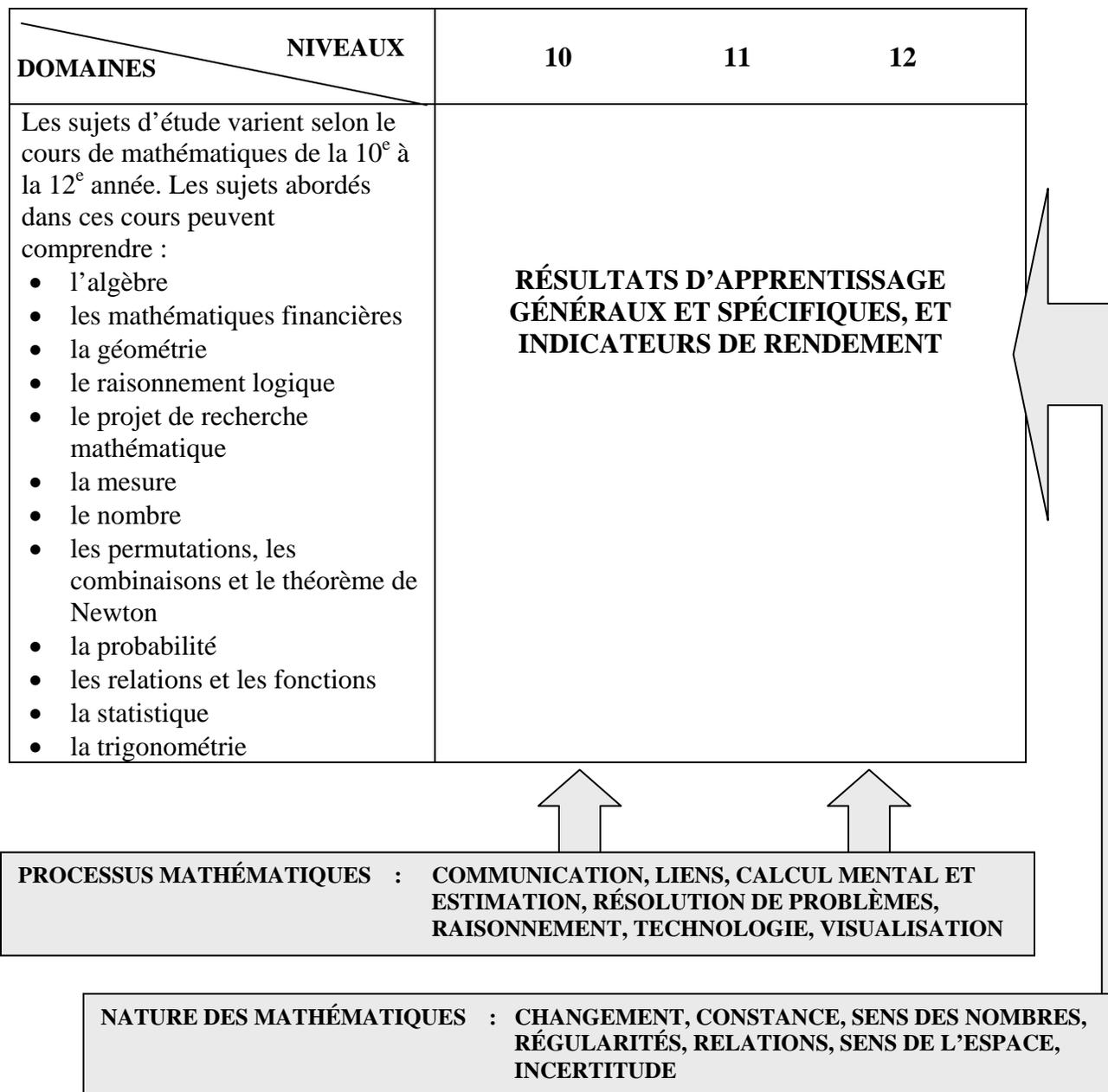
Afin d'appuyer les élèves dans l'atteinte de ces buts, on encourage les enseignants à créer une ambiance d'apprentissage qui favorise la compréhension des concepts par :

- la pensée et la réflexion indépendantes;
- le partage et la communication de connaissances mathématiques;
- la résolution de problèmes à l'aide de projets individuels et de groupe;
- la recherche d'une compréhension plus approfondie des mathématiques;
- la valorisation des mathématiques tout au long de l'histoire.

## LES COMPOSANTES PÉDAGOGIQUES DU PROGRAMME

### Cadre conceptuel des mathématiques 10-12

Le diagramme ci-dessous montre l'incidence des processus mathématiques et de la nature même des mathématiques sur les résultats d'apprentissage.



## Les processus mathématiques

Les sept processus mathématiques sont des aspects cruciaux de l'apprentissage, de la compréhension et des applications des mathématiques. Les élèves doivent être constamment exposés à ces processus afin d'atteindre les buts de l'éducation aux mathématiques.

Les processus sont interdépendants et intégrés au *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques 10-12*. L'enseignement et l'apprentissage des mathématiques devraient incorporer ces processus.

On s'attend à ce que l'élève puisse :

- communiquer pour apprendre des concepts et pour exprimer la compréhension qu'il en a;
- établir des liens entre des idées et des concepts mathématiques, des expériences de la vie de tous les jours et d'autres disciplines;
- démontrer une habileté en calcul mental et en estimation;
- développer de nouvelles connaissances mathématiques et les appliquer pour résoudre des problèmes;
- développer le raisonnement mathématique;
- choisir et utiliser des outils technologiques pour apprendre et pour résoudre des problèmes;
- développer des habiletés en visualisation pour faciliter le traitement d'informations, l'établissement de liens et la résolution de problèmes.

Les sept processus devraient être utilisés dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Chaque résultat d'apprentissage spécifique comprend une liste de processus mathématiques correspondants. Les processus mentionnés devraient être utilisés comme pierre angulaire de l'enseignement et de l'évaluation.

### 1) La communication (C)

Les élèves ont besoin d'occasions de lire, d'écrire, de représenter, de voir, d'entendre et de discuter de notions mathématiques. Ces opportunités favorisent chez l'élève la création des liens entre la langue et les idées, le langage formel et les symboles des mathématiques.

La communication joue un rôle important dans l'éclaircissement, l'approfondissement et la modification d'idées, d'attitudes et de croyances relatives aux mathématiques. Les élèves devraient être encouragés à utiliser une variété de formes de communication. Ils doivent utiliser la terminologie mathématique pour communiquer leur apprentissage des mathématiques.

La communication peut aider les élèves à établir des liens entre des représentations concrètes, imagées, symboliques, verbales, écrites et mentales de concepts mathématiques.

La technologie émergente permet aux élèves d'étendre la collecte de données et le partage

d'idées mathématiques au-delà de la salle de classe traditionnelle.

## 2) Les liens (L)

La mise en contexte et l'établissement de liens avec les expériences de l'apprenant jouent un rôle important dans le développement de leur compréhension des mathématiques. Lorsque des liens sont créés entre des idées mathématiques ou entre ces idées et des phénomènes concrets, les élèves peuvent commencer à croire que les mathématiques sont utiles, pertinentes et intégrées.

L'apprentissage des mathématiques en contexte et l'établissement de liens pertinents avec les expériences de l'apprenant peuvent valider des expériences antérieures et accroître la volonté de l'élève à participer et à s'engager activement.

Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens et des relations, et : *« Étant donné que l'apprenant est constamment à la recherche de liens, et ce, à plusieurs niveaux, ses enseignants doivent orchestrer des expériences desquelles l'apprenant tirera une compréhension. Les recherches sur le cerveau ont déjà démontré que des expériences multiples, complexes et concrètes, sont essentielles à un apprentissage et à un enseignement constructifs. »* (Caine and Caine, 1991, p. 5 [Traduction])

## 3) Le calcul mental et l'estimation (CE)

Le calcul mental est une combinaison de stratégies cognitives qui renforcent la flexibilité de la pensée et le sens des nombres. C'est un exercice qui se fait dans l'absence d'aide-mémoire externes.

Le calcul mental permet aux élèves de trouver des réponses sans crayon ni papier. Il améliore la puissance de calcul par son apport d'efficacité, de précision et de flexibilité.

*« Encore plus importante que la capacité d'exécuter des procédures de calcul ou d'utiliser une calculatrice est la facilité accrue dont les élèves ont besoin – plus que jamais – en estimation et en calcul mental. »* (NCTM, mai 2005)

Les élèves compétents en calcul mental *« sont libérés de la dépendance à une calculatrice, développent une confiance dans leur capacité de faire des mathématiques et une flexibilité intellectuelle qui leur permet d'avoir recours à de*

*multiples façons de résoudre des problèmes. »*  
(Rubenstein, 2001)

Le calcul mental « *est la pierre angulaire de tout procédé d'estimation où il existe une variété d'algorithmes et de techniques non standards pour arriver à une réponse.* » (Hope, 1988)

L'estimation comprend diverses stratégies utilisées pour déterminer des valeurs ou des quantités approximatives (en se basant habituellement sur des points de repère ou des référents) ou pour vérifier le caractère raisonnable ou la plausibilité des résultats de calculs. Il faut que les élèves sachent quand et comment ils doivent procéder à des estimations ainsi que quelles stratégies d'estimation ils doivent choisir.

L'estimation est courante dans la vie quotidienne. Elle sert à faire des jugements mathématiques et à élaborer des stratégies utiles et efficaces pour traiter de situations dans la vie de tous les jours.

#### **4) La résolution de problèmes (RP)**

La résolution de problèmes est l'un des processus clés et l'un des fondements des mathématiques. Apprendre en résolvant des problèmes devrait être au centre des apprentissages à tous les niveaux. Les élèves acquièrent une véritable compréhension des concepts et des procédures mathématiques lorsqu'ils résolvent des problèmes reliés à des contextes qui leur sont compréhensibles. L'apprentissage par la résolution de problèmes devrait être au centre de l'enseignement des mathématiques dans tous les sujets d'étude.

Lorsque les élèves font face à des situations nouvelles et répondent à des questions telles que « *Comment devriez-vous...* » ou « *Comment pourriez-vous...* », le processus de résolution de problèmes est enclenché. Les élèves développent leurs propres stratégies de résolution de problèmes en écoutant, en discutant et en testant différentes stratégies.

Pour qu'une activité soit fondée sur la résolution de problèmes, il faut demander aux élèves de déterminer une façon d'utiliser leurs connaissances antérieures pour arriver à la solution recherchée. Si on a déjà donné aux élèves des façons de résoudre le problème, ce n'est plus d'un problème qu'il s'agit, mais d'un exercice. Il ne devrait pas être

possible d'en donner une réponse immédiate. Un vrai problème exige que les élèves utilisent leurs connaissances antérieures d'une façon différente et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes exige une profonde compréhension des concepts et un engagement de l'élève. Des problèmes reliés au vécu des élèves (culture, famille, intérêts personnels et actualité) susciteront leur engagement.

Autant la compréhension des concepts que l'engagement des élèves sont essentiels à la volonté des élèves de persévérer dans des tâches de résolution de problèmes.

Les problèmes de mathématiques ne consistent pas seulement à effectuer des calculs reliés à une histoire ou à une situation de façon artificielle. Ce sont des tâches qui sont à la fois riches et ouvertes, c'est-à-dire comportant plusieurs façons de les approcher et pouvant mener à diverses solutions selon les circonstances. De bons problèmes devraient permettre à chacun des élèves de la classe de faire état de ses compétences, de ses connaissances et de sa compréhension. La résolution de problèmes peut être une activité individuelle ou une activité de classe (et au-delà).

Dans une classe de mathématiques, on rencontre deux types de résolution de problèmes : la résolution de problèmes dans des contextes autres que les mathématiques et la résolution de problèmes strictement mathématiques. Trouver la façon d'optimiser les profits d'une entreprise en tenant compte des contraintes constitue un exemple de problème contextuel tandis que chercher et élaborer une formule générale pour résoudre une équation quadratique constitue un exemple de problème strictement mathématique.

La résolution de problèmes peut aussi être considérée comme une façon d'inciter les élèves à raisonner en utilisant une démarche inductive et/ou déductive. Lorsque les élèves comprennent un problème, ils ont tendance à formuler des conjectures et à rechercher des régularités qu'ils pourront par la suite généraliser. Cette façon de faire conduit souvent à un type de raisonnement par induction. Lorsque les élèves utilisent des approches visant à résoudre un problème en appliquant des concepts mathématiques, le

raisonnement devient cette fois du type déductif. Il est essentiel que les élèves soient encouragés à utiliser les deux types de raisonnement et qu'ils puissent avoir accès aux démarches utilisées par d'autres élèves pour résoudre le même problème.

La résolution de problèmes est un outil puissant d'enseignement qui favorise la recherche de solutions multiples, créatives et innovatrices. La création d'un environnement où les élèves recherchent et se mettent à trouver, ouvertement, diverses stratégies de résolution de problèmes leur donne le pouvoir d'explorer des solutions de rechange et les rend aptes à prendre des risques mathématiques de façon confiante et intelligente.

### **5) Le raisonnement (R)**

Le raisonnement mathématique aide les élèves à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques. Les élèves doivent développer de la confiance dans leurs habiletés à raisonner et à justifier leur raisonnement mathématique. Certaines questions incitent les élèves à réfléchir, à analyser et à faire des synthèses et les aident à développer leur compréhension des mathématiques. Tous les élèves devraient être mis au défi de répondre à des questions telles que « *Pourquoi pensez-vous que ceci est vrai/faux?* » ou « *Que se passerait-il si...?* »

Que ce soit dans une salle de classe ou non, des expériences mathématiques fournissent des occasions propices au raisonnement inductif et déductif. Il y a un raisonnement inductif lorsque les élèves explorent et enregistrent des résultats, analysent des observations, établissent des généralisations à partir de régularités et mettent ces généralisations à l'épreuve. Il y a un raisonnement déductif lorsque les élèves arrivent à de nouvelles conclusions sur la base de ce qu'ils savent déjà ou de ce qu'ils supposent être vrai. Les habiletés à penser acquises en mettant l'accent sur le raisonnement peuvent être utilisées au quotidien dans une multitude de contextes et de situations.

### **6) La technologie (T)**

La technologie contribue à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permet aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de vérifier des conjectures et de résoudre des problèmes.

À l'aide de calculatrices et d'ordinateurs, les élèves peuvent :

- explorer et démontrer des relations et des régularités mathématiques;
- organiser et présenter des données;
- élaborer et vérifier des conjectures par induction;
- faire des extrapolations et des interpolations;
- faciliter des calculs dans le contexte de la résolution de problèmes;
- réduire le temps consacré à des calculs fastidieux lorsque d'autres apprentissages ont la priorité;
- approfondir leur connaissance des faits mathématiques;
- développer leurs propres algorithmes de calcul;
- simuler des situations;
- approfondir leur sens du nombre et de l'espace.

La technologie contribue à un environnement d'apprentissage où la curiosité grandissante des élèves peut les mener à de belles découvertes en mathématiques, et ce, à tous les niveaux. L'emploi de la technologie ne devrait pas se substituer à la compréhension des concepts mathématiques. L'emploi de la technologie devrait plutôt être considéré comme un outil et une approche parmi tant d'autres, permettant de favoriser cette compréhension.

## 7) La visualisation (V)

La visualisation « *met en jeu la capacité de penser en images, de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde visuel et spatial.* » (Armstrong, 1993, p. 10 [Traduction]) Le recours à la visualisation dans l'étude des mathématiques facilite la compréhension de concepts mathématiques et l'établissement de liens entre eux.

Les images et le raisonnement imagé jouent un rôle important dans le développement du sens des nombres, du sens de l'espace et du sens de la mesure. La visualisation du nombre a lieu quand les élèves créent des représentations mentales des nombres.

La capacité de créer, d'interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens spatial ainsi que du raisonnement spatial. La visualisation et le raisonnement spatial permettent aux élèves de décrire les relations parmi et entre des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions.

*« Le développement du sens de la mesure va au-delà de l'acquisition d'habiletés spécifiques en matière de mesurage. Le sens de la mesure inclut l'habileté de juger quand il est nécessaire de prendre des mesures et quand il est approprié de faire des estimations ainsi*

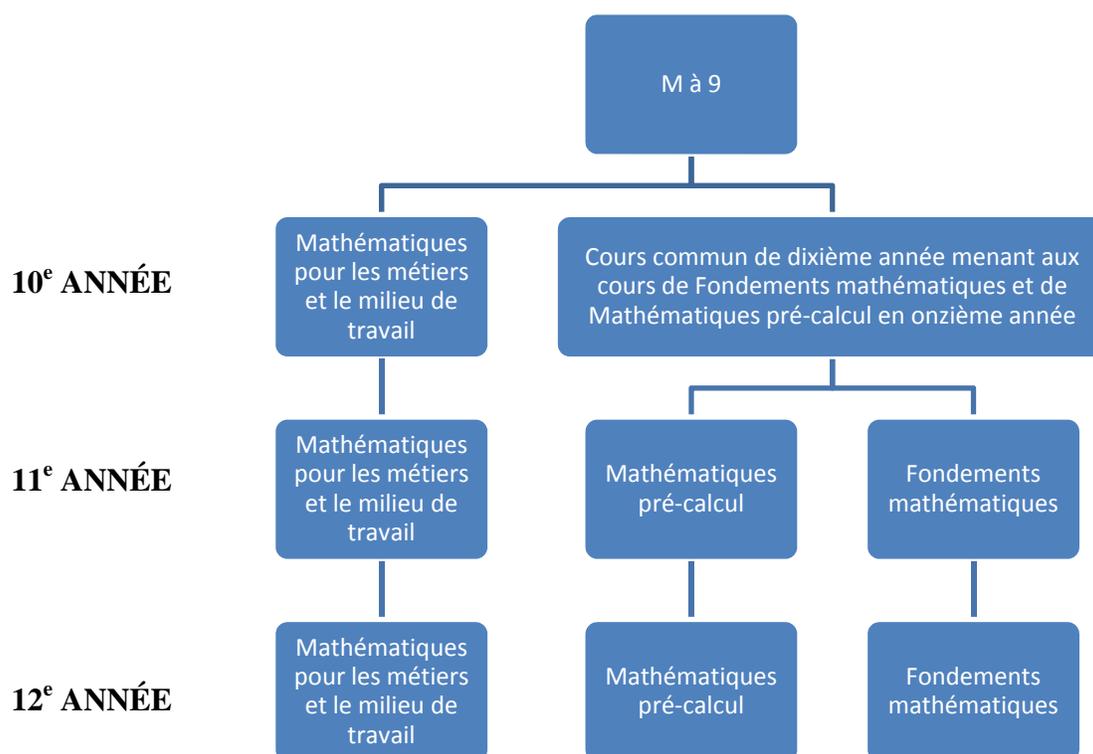
*que la connaissance de plusieurs stratégies d'estimation.* » (Shaw et Cliatt, 1989 [Traduction])

La représentation visuelle est favorisée par l'emploi de matériel concret, de support technologique et de diverses représentations visuelles. C'est par des représentations visuelles que les concepts abstraits peuvent être compris de façon concrète par les élèves. La représentation visuelle est à la base de la compréhension des concepts abstraits, de la confiance et de l'aisance dont font preuve les élèves.

## Voies et sujets d'étude

Alors qu'en M-9 les programmes de mathématiques sont regroupés par domaines, les programmes de mathématiques 10-12 comprennent trois voies regroupées par sujets d'étude. Trois voies sont disponibles : Mathématiques pour les métiers et le milieu de travail, Fondements mathématiques et Mathématiques pré-calcul.

Dans chacun des sujets, les élèves devront acquérir une compréhension des concepts de base et un ensemble de compétences qui leur seront utiles quel que soit le cours qu'ils ont choisi. Les sujets couverts dans une voie se fondent sur les connaissances antérieures, et la progression évolue d'une compréhension élémentaire vers une compréhension plus élaborée des mathématiques.



### *But des voies*

Pour chacune des voies, le but est de procurer aux élèves les compétences, les attitudes et les connaissances nécessaires à l'accès à des programmes d'études postsecondaires spécifiques ou à l'entrée directe dans le milieu de travail. Les trois cours permettent aux élèves d'acquérir une compréhension et des connaissances mathématiques ainsi que de développer une démarche de pensée critique. Ce sont les choix de sujets d'étude par lesquels ces compétences et ces connaissances sont acquises selon la voie choisie.

Lors de leur choix de voies, les élèves devraient tenir compte de leurs champs d'intérêt tant présents que futurs. Les élèves, les parents et les enseignants sont invités à se renseigner sur les préalables d'admission aux divers programmes d'études postsecondaires, car ceux-ci varient d'un établissement d'enseignement à l'autre et d'une année à l'autre.

Chacune des voies a été conçue de manière à fournir aux élèves les connaissances mathématiques, la rigueur et les habiletés de pensée critique qui ont été identifiées pour des programmes d'études postsecondaires spécifiques ainsi que pour l'entrée directe dans le milieu de travail.

Le contenu des voies repose sur le *Protocole de l'Ouest et du Nord canadiens (PONC) – Consultation d'établissements d'enseignement postsecondaire et du monde des affaires et de l'industrie concernant leurs exigences en mathématiques de niveau secondaire : Rapport final* ainsi que sur des consultations effectuées auprès des enseignants de mathématiques.

***Mathématiques pour les métiers et le milieu de travail***

Cette voie a été conçue afin de fournir aux élèves les connaissances mathématiques et les habiletés de pensée critique qui ont été identifiées pour l'accès à la formation professionnelle et l'entrée directe dans le milieu de travail. Les sujets d'étude comprennent l'algèbre, la géométrie, la mesure, le nombre, la statistique et la probabilité.

***Fondements mathématiques***

Cette voie a été conçue afin de fournir aux élèves les connaissances mathématiques et les habiletés de pensée critique qui ont été identifiées pour des programmes d'études postsecondaires ne nécessitant pas l'étude du calcul différentiel et intégral. Les sujets d'étude comprennent les mathématiques financières, la géométrie, l'algèbre et le nombre, le raisonnement logique, la mesure, les relations et les fonctions, la statistique et la probabilité.

***Mathématiques pré-calcul***

Cette voie a été conçue afin de fournir aux élèves les connaissances mathématiques et les habiletés de pensée critique qui ont été identifiées pour l'accès aux études postsecondaires nécessitant l'étude du calcul différentiel et intégral. Les sujets d'étude comprennent l'algèbre et le nombre, la mesure, les relations et les fonctions, les permutations, les combinaisons, le binôme de Newton et la trigonométrie.

### **Le rôle des parents**

En raison des changements qui se sont produits au sein de la société, les besoins mathématiques des élèves d'aujourd'hui sont différents de ceux de leurs parents. Ces différences se manifestent non seulement dans le contenu mathématique, mais aussi dans les méthodes pédagogiques. Par conséquent, il est important que les éducateurs saisissent chaque occasion qui leur est offerte de discuter avec les parents des changements qui se sont produits en matière de pédagogie des mathématiques et des raisons pour lesquelles ces changements sont importants. Les parents qui comprennent les raisons de ces changements en matière d'enseignement et d'évaluation seront davantage en mesure d'appuyer les élèves dans leurs démarches mathématiques, et ce, en favorisant une attitude positive face à cette discipline, en mettant l'accent sur l'importance des mathématiques dans la vie des jeunes, en aidant ces derniers dans le cadre des activités réalisées à la maison et, enfin, en les aidant à apprendre les mathématiques avec confiance et autonomie.

### **Le choix de carrières**

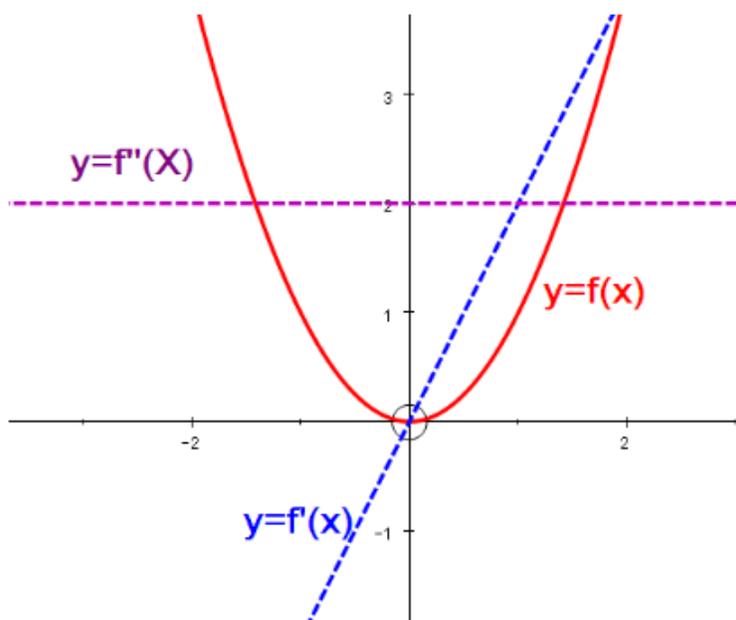
Les mathématiques jouent un rôle important dans beaucoup de carrières. Il est donc important que les enseignants saisissent chaque occasion qui leur est offerte de discuter avec les élèves du vaste choix de carrières dans lesquelles les mathématiques figurent de façon importante. Tous les concepts et modules du programme de mathématiques peuvent être liés à des carrières. Par exemple, les ingénieurs doivent comprendre des régularités et des relations; les cuisiniers, les pharmaciens, les optométristes, les menuisiers, les électriciens et les arpenteurs géomètres se servent quotidiennement de mesures.

**-B-**

**Résultats d'apprentissage et  
indicateurs de rendement**



### 1<sup>er</sup> domaine



# CALCUL DIFFÉRENTIEL

<b>RAG :</b> ✓ L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.	
<b>RAS</b> <i>L'élève devra :</i>	<b>Indicateurs de rendement</b> <i>Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.</i>
1. Calculer des limites.	<p>A. Estimer des limites, en utilisant des tableaux de valeurs appropriées.</p> <p>B. Utiliser la notation de limite.</p> <p>C. Représenter graphiquement le résultat du calcul d'une limite.</p> <p>D. Énoncer un théorème sur l'existence de la limite en un point.</p> <p>E. Énoncer des théorèmes relatifs aux limites.</p> <p>F. Calculer des limites à l'aide des théorèmes sur les limites.</p> <p>G. Calculer des limites à l'aide du théorème « sandwich ».</p>
2. Lever certaines indéterminations de la forme $\frac{0}{0}$ .	<p>A. Reconnaître une indétermination de la forme <math>\frac{0}{0}</math>.</p> <p>B. Lever certaines indéterminations de la forme <math>\frac{0}{0}</math>, à l'aide de tableaux de valeurs.</p> <p>C. Lever certaines indéterminations de la forme <math>\frac{0}{0}</math>, de façon algébrique :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• en factorisant des expressions;</li> <li>• en développant des expressions;</li> <li>• en effectuant des simplifications;</li> <li>• en effectuant des divisions;</li> <li>• en utilisant le conjugué.</li> </ul>
3. Déterminer si une fonction est continue en un point et sur un intervalle donné.	<p>A. Calculer des limites à gauche et des limites à droite, algébriquement et graphiquement.</p> <p>B. Énoncer un théorème sur l'existence de la limite en un point.</p> <p>C. Déterminer si une limite existe.</p> <p>D. Donner une définition intuitive de continuité.</p> <p>E. Déterminer les points de discontinuité d'une fonction, à l'aide de son graphique.</p> <p>F. Donner la définition formelle de continuité en un point.</p> <p>G. Repérer les valeurs où <math>f</math> est susceptible d'être discontinue.</p> <p>H. Utiliser la définition formelle de continuité en un point pour déterminer si une fonction est continue en un point.</p> <p>I. Donner la définition de fonction continue sur un intervalle.</p> <p>J. Déterminer si une fonction est continue sur un intervalle donné.</p> <p>K. Énoncer et appliquer le théorème de la valeur intermédiaire.</p> <p>L. Énoncer et appliquer le corollaire du théorème de la valeur intermédiaire.</p>

<p>4. Calculer le taux de variation moyen d'une fonction.</p>	<p>A. Définir et calculer le taux de variation moyen d'une fonction sur un intervalle.          B. Interpréter graphiquement le taux de variation moyen d'une fonction sur un intervalle.          C. Calculer des vitesses moyennes d'une particule sur un intervalle de temps.          D. Relier la notion de vitesse moyenne à la notion de pente de sécante.</p>
<p>5. Calculer la dérivée d'une fonction en un point.</p>	<p>A. Définir et calculer la dérivée d'une fonction en un point.          B. Relier graphiquement la dérivée d'une fonction en un point à la pente de la tangente à la courbe à ce point.          C. Relier le taux de variation instantané à la dérivée d'une fonction.          D. Relier la notion de vitesse instantanée à la notion de pente de tangente.          E. Relier la notion de vitesse instantanée à la notion de dérivée.          F. Démontrer un théorème relatif à la continuité d'une fonction dérivable.</p>
<p>6. Déterminer la fonction dérivée d'une fonction donnée.</p>	<p>A. Définir la fonction dérivée.          B. Calculer la fonction dérivée à partir de la définition.          C. Définir le taux de variation instantané d'une fonction.          D. Déterminer la fonction donnant le taux de variation instantané d'une fonction.          E. Calculer la dérivée d'une fonction en un point en utilisant la fonction dérivée.</p>
<p>7. Calculer la dérivée de fonctions constantes, de la fonction identité et de fonctions de la forme <math>x^r</math>, où <math>r \in \mathbb{R}</math>.</p>	<p>A. Démontrer que la dérivée d'une fonction constante est égale à 0.          B. Calculer la pente de la tangente à la courbe de fonctions constantes.          C. Démontrer que la dérivée de la fonction identité est égale à 1.          D. Calculer la pente de la tangente à la courbe de la fonction identité.          E. Démontrer la règle permettant de calculer la dérivée de fonctions de la forme <math>x^n</math>, où <math>n \in \mathbb{N}</math>.          F. Calculer la dérivée de fonctions de la forme <math>x^r</math>, où <math>r \in \mathbb{R}</math>.          G. Calculer la pente de la tangente à la courbe de fonctions de la forme <math>x^r</math>, où <math>r \in \mathbb{R}</math>.</p>

<p>8. Calculer la dérivée de produits, de sommes et de quotients de fonctions.</p>	<p>A. Démontrer que la dérivée du produit d'une constante par une fonction est égale au produit de la constante par la dérivée de la fonction.</p> <p>B. Calculer la dérivée du produit d'une constante par une fonction.</p> <p>C. Démontrer que la dérivée d'une somme de deux fonctions est égale à la somme des dérivées de ces deux fonctions.</p> <p>D. Démontrer que la dérivée d'une somme de <math>n</math> fonctions est égale à la somme des dérivées de ces <math>n</math> fonctions.</p> <p>E. Calculer la dérivée d'une somme (ou d'une différence) de <math>n</math> fonctions.</p> <p>F. Démontrer la règle permettant de calculer la dérivée d'un produit de deux fonctions.</p> <p>G. Démontrer la règle permettant de calculer la dérivée d'un produit de <math>n</math> fonctions.</p> <p>H. Calculer la dérivée d'un produit de <math>n</math> fonctions.</p> <p>I. Démontrer la règle permettant de calculer la dérivée d'un quotient de deux fonctions.</p> <p>J. Calculer la dérivée d'un quotient de deux fonctions.</p> <p>K. Utiliser la dérivée d'une fonction pour résoudre des problèmes de pente de tangente.</p>
<p>9. Déterminer la dérivée de fonctions composées et calculer des dérivées successives.</p>	<p>A. Démontrer la règle permettant de calculer la dérivée d'une fonction de la forme <math>[f(x)]^n</math>, où <math>n \in \mathbb{N}</math>.</p> <p>B. Calculer la dérivée d'une fonction de la forme <math>[f(x)]^r</math>, où <math>r \in \mathbb{R}</math>.</p> <p>C. Démontrer la règle de dérivation en chaîne.</p> <p>D. Utiliser la notation de Leibniz pour déterminer la dérivée de fonctions composées.</p> <p>E. Utiliser diverses notations pour exprimer les dérivées successives d'une fonction.</p> <p>F. Calculer la dérivée <math>n^{\text{e}}</math> d'une fonction.</p> <p>G. Utiliser la dérivée d'une fonction pour résoudre des problèmes de pente de tangente.</p>
<p>10. Déterminer la dérivée de fonctions implicites.</p>	<p>A. Reconnaître une fonction implicite.</p> <p>B. Calculer la dérivée de fonctions implicites.</p>
<p>11. Utiliser la notation de dérivée pour calculer le taux de variation instantané de fonctions dans divers domaines.</p>	<p>A. Donner la définition de la fonction vitesse.</p> <p>B. Donner la définition de la fonction accélération.</p> <p>C. Utiliser les fonctions « position », « vitesse » et « accélération » d'un mobile pour résoudre certains problèmes de physique.</p> <p>D. Résoudre des problèmes de taux de variation instantané en chimie.</p> <p>E. Résoudre des problèmes de taux de variation instantané en géométrie.</p>

<p>12. Utiliser la règle de dérivation en chaîne pour résoudre des problèmes de taux de variation liés.</p> <p>13. Rassembler dans un tableau de variation les informations relatives aux intervalles de croissance, aux intervalles de décroissance et aux points de maximum et de minimum relatifs d'une fonction pour en déduire l'esquisse de son graphique.</p> <p>14. Rassembler dans un tableau de variation les informations relatives aux intervalles de concavité vers le haut, aux intervalles de concavité vers le bas et aux points d'inflexion.</p>	<p>F. Définir le coût marginal et le revenu marginal.</p> <p>G. Résoudre des problèmes de taux de variation instantané en économie.</p> <p>A. Reconnaître des problèmes de taux de variation liés.</p> <p>B. Résoudre des problèmes de taux de variation liés, en utilisant la règle de dérivation en chaîne.</p> <p>A. Donner la définition d'une fonction croissante et d'une fonction décroissante.</p> <p>B. Donner la définition de maximum et de minimum d'une fonction.</p> <p>C. Donner la définition de maximum et de minimum d'une fonction aux extrémités d'un intervalle.</p> <p>D. Relier la croissance et la décroissance d'une fonction au signe de sa dérivée.</p> <p>E. Déterminer les intervalles de croissance et de décroissance d'une fonction.</p> <p>F. Déterminer les nombres critiques de <math>f</math>.</p> <p>G. Donner la définition de point stationnaire, de point de rebroussement et de point anguleux de <math>f</math>.</p> <p>H. Déterminer les points de maximum relatif et les points de minimum relatif d'une fonction à l'aide du test de la dérivée première.</p> <p>I. Construire un tableau de variation relatif à <math>f'</math>.</p> <p>J. Donner une esquisse du graphique de <math>f</math> à partir du tableau de variation relatif à <math>f'</math>.</p> <p>K. Donner une esquisse du graphique de <math>f'</math> à partir du graphique de <math>f</math>.</p> <p>L. Donner une esquisse du graphique de <math>f</math> à partir du graphique de <math>f'</math>.</p> <p>A. Donner la définition de concavité vers le haut et de concavité vers le bas du graphique d'une fonction.</p> <p>B. Donner la définition d'un point d'inflexion.</p> <p>C. Relier la concavité d'une fonction au signe de sa dérivée seconde.</p> <p>D. Déterminer les intervalles de concavité vers le haut et de concavité vers le bas d'une fonction.</p> <p>E. Déterminer les nombres critiques de <math>f'</math>.</p> <p>F. Déterminer les points d'inflexion d'une fonction.</p> <p>G. Construire un tableau de variation relatif à <math>f''</math>.</p> <p>H. Déterminer les points de maximum relatif et les points de minimum relatif d'une fonction à l'aide du test de la dérivée seconde.</p>
---	---

<p>15. Rassembler, dans un seul tableau de variation, toutes les informations déduites de la dérivée première et de la dérivée seconde d'une fonction continue, puis donner une esquisse de son graphique.</p>	
<p>16. Identifier les asymptotes verticales, les asymptotes horizontales et les asymptotes obliques de la courbe d'une fonction et donner l'esquisse du graphique de la fonction près de ces asymptotes.</p>	<p>A. Donner la définition d'asymptote verticale.          B. Repérer graphiquement les asymptotes verticales de la courbe d'une fonction.          C. Déterminer algébriquement les équations des asymptotes verticales de la courbe d'une fonction.          D. Donner la définition d'une asymptote horizontale.          E. Repérer graphiquement les asymptotes horizontales de la courbe d'une fonction.          F. Lever des indéterminations de la forme <math>\frac{\pm\infty}{\pm\infty}</math>.          G. Lever des indéterminations de la forme <math>(+\infty - \infty)</math> ou <math>(-\infty + \infty)</math>.          H. Déterminer algébriquement les équations des asymptotes horizontales de la courbe d'une fonction.          I. Donner la définition d'asymptote oblique.          J. Repérer graphiquement les asymptotes obliques de la courbe d'une fonction.          K. Déterminer algébriquement les équations des asymptotes obliques de la courbe d'une fonction.</p>
<p>17. Analyser des fonctions algébriques.</p>	<p>A. Déterminer algébriquement les équations des asymptotes de la courbe d'une fonction.          B. Rassembler, dans un seul tableau de variation, toutes les informations déduites de la dérivée première et de la dérivée seconde d'une fonction algébrique, puis donner une esquisse de son graphique.</p>
<p>18. Résoudre des problèmes d'optimisation.</p>	<p>A. Représenter graphiquement la situation, s'il y a lieu.          B. Définir les variables appropriées.          C. Déterminer la quantité à optimiser.          D. Déterminer, s'il y a lieu, une relation entre les variables.          E. Exprimer la quantité à optimiser en fonction d'une seule variable.          F. Déterminer le domaine de la fonction à optimiser.          G. Déterminer le maximum (minimum) de la fonction, à l'aide du test de la dérivée première ou du test de la dérivée seconde.          H. Formuler adéquatement la réponse.</p>

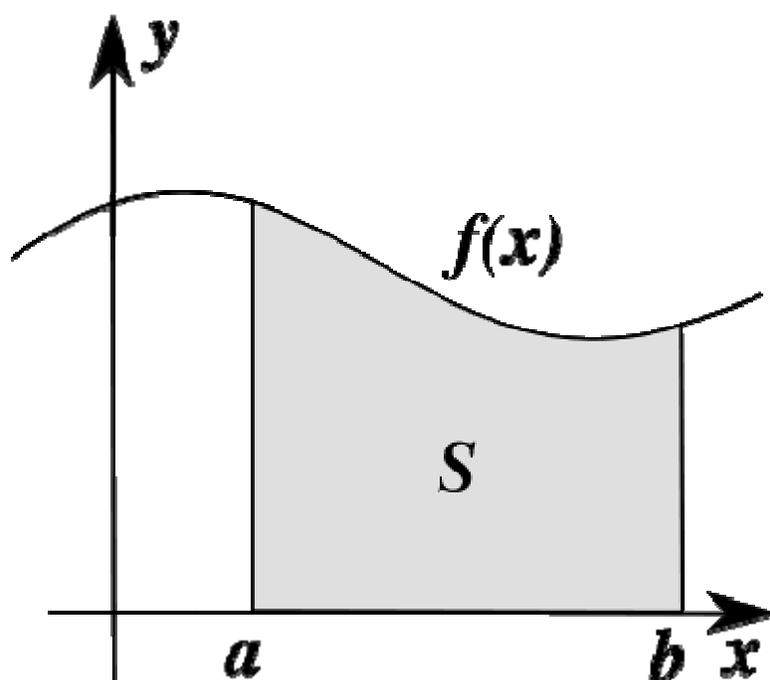
<p>19. Calculer la dérivée de fonctions exponentielles de la forme <math>a^{f(x)}</math> et de la forme <math>e^{f(x)}</math>.</p>	<p>A. Démontrer la règle de dérivation pour les fonctions de la forme <math>a^x</math>.</p> <p>B. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme <math>a^{f(x)}</math>.</p> <p>C. Donner la définition du nombre <math>e</math>.</p> <p>D. Démontrer la règle de dérivation pour les fonctions de la forme <math>e^x</math>.</p> <p>E. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme <math>e^{f(x)}</math>.</p> <p>F. Analyser des fonctions contenant des fonctions exponentielles.</p> <p>G. Résoudre des problèmes d'optimisation contenant des fonctions exponentielles.</p>
<p>20. Calculer la dérivée de fonctions logarithmiques de la forme <math>\ln f(x)</math> et de la forme <math>\log_a f(x)</math>.</p>	<p>A. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction <math>\ln x</math>.</p> <p>B. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme <math>\ln f(x)</math>.</p> <p>C. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction <math>\log_a x</math>.</p> <p>D. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme <math>\log_a f(x)</math>.</p> <p>E. Analyser des fonctions contenant des fonctions logarithmiques.</p> <p>F. Résoudre des problèmes d'optimisation contenant des fonctions logarithmiques.</p>
<p>21. Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions sinus et cosinus.</p>	<p>A. Calculer deux limites utilisées dans la preuve des formules de dérivée des fonctions sinus et cosinus.</p> <p>B. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction sinus.</p> <p>C. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme <math>\sin f(x)</math>.</p> <p>D. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction cosinus.</p> <p>E. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme <math>\cos f(x)</math>.</p>
<p>22. Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions tangente, cotangente, sécante et cosécante.</p>	<p>A. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction tangente.</p> <p>B. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme <math>\tan f(x)</math>.</p> <p>C. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction cotangente.</p> <p>D. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme <math>\cot f(x)</math>.</p> <p>E. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction sécante.</p> <p>F. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme <math>\sec f(x)</math>.</p> <p>G. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction cosécante.</p> <p>H. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme <math>\csc f(x)</math>.</p>

<p>23. Résoudre divers problèmes contenant des fonctions trigonométriques.</p>	<p>A. Analyser des fonctions contenant des fonctions trigonométriques.          B. Résoudre des problèmes d'optimisation contenant des fonctions trigonométriques.          C. Résoudre des problèmes de taux de variation liés contenant des fonctions trigonométriques.</p>
<p>24. Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions Arc sin <math>f(x)</math> et Arc cos <math>f(x)</math>.</p>	<p>A. Déterminer le domaine et l'image de la fonction Arc sinus.          B. Donner la définition de la fonction Arc sinus.          C. Représenter graphiquement la fonction Arc sinus.          D. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction Arc sin <math>x</math>.          E. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme Arc sin <math>f(x)</math>.          F. Déterminer le domaine et l'image de la fonction Arc cosinus.          G. Donner la définition de la fonction Arc cosinus.          H. Représenter graphiquement la fonction Arc sinus.          I. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction Arc cos <math>x</math>.          J. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme Arc cos <math>f(x)</math>.</p>
<p>25. Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions Arc tan <math>f(x)</math> et Arc cot <math>f(x)</math>.</p>	<p>A. Déterminer le domaine et l'image de la fonction Arc tangente.          B. Donner la définition de la fonction Arc tangente.          C. Représenter graphiquement la fonction Arc tangente.          D. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction Arc tan <math>x</math>.          E. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme Arc tan <math>f(x)</math>.          F. Déterminer le domaine et l'image de la fonction Arc cotangente.          G. Donner la définition de la fonction Arc cotangente.          H. Représenter graphiquement la fonction Arc cotangente.          I. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction Arc cot <math>x</math>.          J. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme Arc cot <math>f(x)</math>.</p>
<p>26. Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions Arc sec <math>f(x)</math> et Arc csc <math>f(x)</math>.</p>	<p>A. Déterminer le domaine et l'image de la fonction Arc sécante.          B. Donner la définition de la fonction Arc sécante.          C. Représenter graphiquement la fonction Arc sécante.          D. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction Arc sec <math>x</math>.          E. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme Arc sec <math>f(x)</math>.          F. Déterminer le domaine et l'image de la fonction Arc cosécante.          G. Donner la définition de la fonction Arc cosécante.          H. Représenter graphiquement la fonction Arc cosécante.          I. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction Arc csc <math>x</math>.          J. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme Arc csc <math>f(x)</math>.</p>

<p>27. Résoudre divers problèmes contenant des fonctions trigonométriques inverses.</p>	<p>A. Analyser des fonctions contenant des fonctions trigonométriques inverses.</p> <p>B. Résoudre des problèmes d'optimisation contenant des fonctions trigonométriques inverses.</p> <p>C. Résoudre des problèmes de taux de variation liés contenant des fonctions trigonométriques inverses.</p>
---	--



2<sup>e</sup> domaine

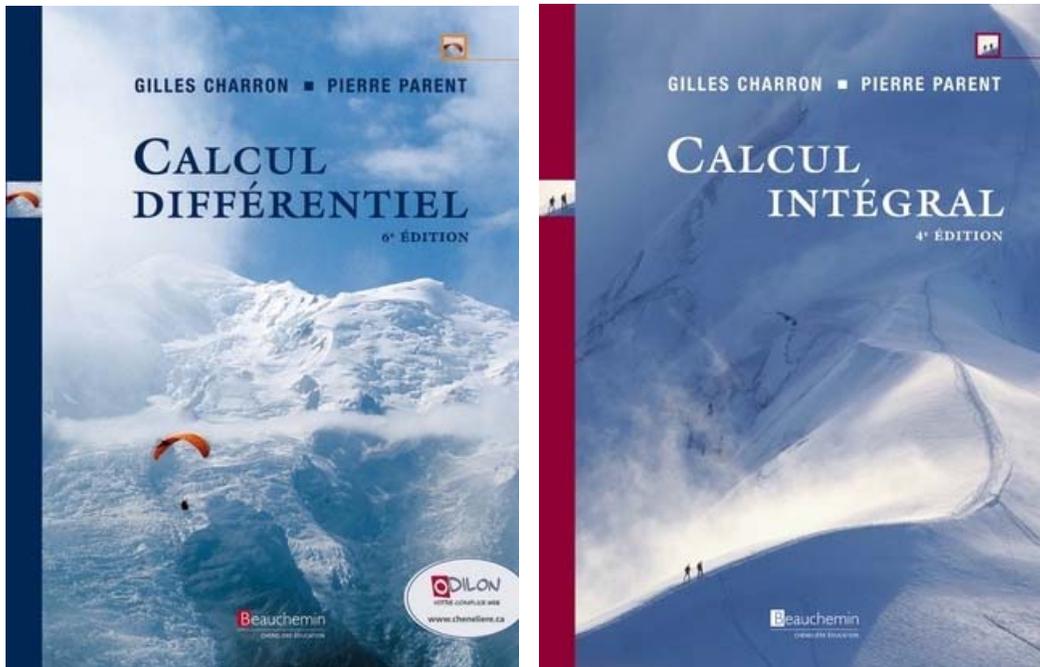


## CALCUL INTÉGRAL

<b>RAG :</b> ✓ L'élève pourra développer le raisonnement du calcul intégral.	
<b>RAS</b> <i>L'élève devra :</i>	<b>Indicateurs de rendement</b> <i>Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.</i>
1. Donner la définition de l'intégrale indéfinie, énoncer certaines de ses propriétés et déterminer l'intégrale indéfinie de certaines fonctions.	<ul style="list-style-type: none"> <li>A. Donner la définition de primitive (ou d'antidérivée).</li> <li>B. Utiliser la terminologie et la notation de l'intégrale indéfinie.</li> <li>C. Appliquer les formules d'intégration de base.</li> <li>D. Utiliser certaines propriétés de l'intégrale indéfinie.</li> <li>E. Transformer la fonction à intégrer afin d'utiliser, si c'est possible, les formules de base.</li> </ul>
2. Résoudre certaines intégrales en utilisant la méthode du changement de variables.	<ul style="list-style-type: none"> <li>A. Résoudre une intégrale à l'aide d'un changement de variable.</li> <li>B. Déterminer des formules d'intégration pour les fonctions <math>\tan x</math> et <math>\cot x</math>, et les appliquer.</li> <li>C. Déterminer des formules d'intégration pour les fonctions <math>\sec x</math> et <math>\csc x</math>, et les appliquer.</li> <li>D. Calculer des intégrales après avoir utilisé certains artifices de calcul ou certaines identités.</li> </ul>
3. Calculer certaines intégrales définies en utilisant le théorème fondamental du calcul.	<ul style="list-style-type: none"> <li>A. Donner la définition de l'intégrale définie.</li> <li>B. Utiliser certaines propriétés de l'intégrale définie.</li> <li>C. Démontrer le théorème fondamental du calcul.</li> <li>D. Évaluer des intégrales définies en utilisant le théorème fondamental du calcul.</li> <li>E. Évaluer des intégrales définies par changement de variable sans changer les bornes d'intégration.</li> <li>F. Évaluer des intégrales définies par changement de variable et en changeant les bornes d'intégration.</li> </ul>
4. Calculer l'aire de régions fermées.	<ul style="list-style-type: none"> <li>A. Calculer l'aire d'une région comprise entre une courbe et l'axe des <math>x</math>.</li> <li>B. Calculer l'aire d'une région située entre deux courbes avec la variable d'intégration <math>x</math> (rectangles verticaux).</li> </ul>

**-C-**

## **Plan d'enseignement**



Manuels de base :

**Calcul différentiel, 6<sup>e</sup> édition**  
**Calcul intégral, 4<sup>e</sup> édition**

## Plan d'enseignement

Cette section du programme d'études présente la corrélation entre les résultats d'apprentissage et les ressources principales, *Calcul différentiel* et *Calcul intégral*.

Pour chaque chapitre, on suggère une durée pour l'enseignement afin de guider l'enseignant dans sa planification.

CALCUL DIFFÉRENTIEL	DURÉE SUGGÉRÉE
Chapitre 2 – Limites et continuités	6-7 périodes
Chapitre 3 – Définition de la dérivée	5-7 périodes
Chapitre 4 – Dérivée de fonctions algébriques et de fonctions implicites	7-10 périodes
Chapitre 5 – Taux de variation	9-13 périodes
Chapitre 6 – Analyse de fonctions algébriques	13-17 périodes
Chapitre 7 – Problèmes d'optimisation	5 périodes
Chapitre 8 – Dérivée des fonctions exponentielles et logarithmiques	5-7 périodes
Chapitre 9 – Dérivée des fonctions trigonométriques	6-8 périodes
Chapitre 10 – Dérivée des fonctions trigonométriques inverses	8-9 périodes
CALCUL INTÉGRAL	DURÉE SUGGÉRÉE
Chapitre 2 – Intégration	7-8 périodes
Chapitre 3 – Intégrale définie	6 périodes

La durée suggérée pour l'enseignement des chapitres est basée sur un total de **77 à 97 périodes**.

*N.B. À l'Île-du-Prince-Édouard, il y a environ 92 jours de classe par semestre.*

Chaque chapitre du livre est divisé en sections. Ces sections sont représentées dans les prochaines pages, et, pour chacune d'elles, on retrouve les éléments suivants :

- le nom et les pages associés à chaque section du livre;
- les résultats d'apprentissage spécifiques et les indicateurs de rendement relatifs à la section;
- des pistes d'enseignement et d'évaluation pour la section.

# Calcul différentiel – Chapitre 2

## Limites et continuités

Durée suggérée : 6-7 périodes

Sommaire des résultats d'apprentissage spécifiques :

<b>RAS</b>	<b>Durée suggérée</b>
Calculer des limites.	2-3 périodes de 60 minutes
Lever certaines indéterminations de la forme $\frac{0}{0}$ .	2 périodes de 60 minutes
Déterminer si une fonction est continue en un point et sur un intervalle donné.	2 périodes de 60 minutes

## Section 2.1 – Notion de limite (pp. 44-55)

**Durée :** de 2 à 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Calculer des limites.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Estimer des limites, en utilisant des tableaux de valeurs appropriées.
- B. Utiliser la notation de limite.
- C. Représenter graphiquement le résultat du calcul d'une limite.
- D. Énoncer un théorème sur l'existence de la limite en un point.
- E. Énoncer des théorèmes relatifs aux limites.
- F. Calculer des limites à l'aide des théorèmes sur les limites.
- G. Calculer des limites à l'aide du théorème « sandwich ».

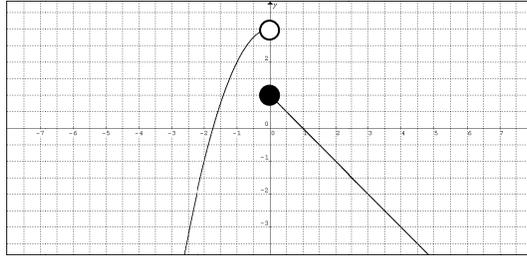
### Pistes d'enseignement

- La fonction  $y = \frac{\sin x}{x}$  constitue un excellent exemple pour aborder les limites. À l'aide d'une calculatrice graphique, les élèves peuvent constater que cette fonction s'approche de 1 à mesure que  $x$  s'approche de 0.
- Les calculatrices graphiques relient parfois les deux branches du graphique d'une fonction comme  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ , ce qui laisse présumer que la fonction est définie et continue à chacune des valeurs du domaine,  $y$  compris à  $x = -1$ . Les élèves doivent être conscients que les calculatrices de ce type produisent parfois des graphiques inexacts.

### Pistes d'évaluation

- Un objet qui était au repos tombe du haut d'une falaise à une vitesse de  $y = 4.9t^2$  mètres durant les  $t$  premières secondes.
  - a. Trouvez la vitesse moyenne à laquelle tombe l'objet durant les 3 premières secondes.
  - b. Trouvez la vitesse à laquelle tombe l'objet après 3 secondes.
- Déterminez chacune des limites suivantes.
  - a.  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 3x + 4)$
  - b.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5}$
  - c.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{x}}{4 + x}$
  - d.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(-5 + h)^2 - 25}{h}$
  - e.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 6x}$

- À l'aide du graphique, déterminez chacune des limites suivantes.



- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

## Section 2.2 – Indétermination de la forme $\frac{0}{0}$ (pp. 55-60)

**Durée :** 2 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Lever certaines indéterminations de la forme  $\frac{0}{0}$ .

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Reconnaître une indétermination de la forme  $\frac{0}{0}$ .
- B. Lever certaines indéterminations de la forme  $\frac{0}{0}$ , à l'aide de tableaux de valeurs.
- C. Lever certaines indéterminations de la forme  $\frac{0}{0}$ , de façon algébrique :
  - en factorisant des expressions;
  - en développant des expressions;
  - en effectuant des simplifications;
  - en effectuant des divisions;
  - en utilisant le conjugué.

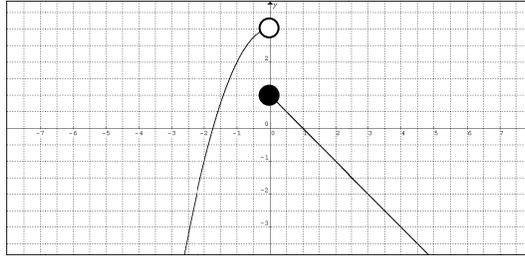
### Pistes d'enseignement

- La fonction  $y = \frac{\sin x}{x}$  constitue un excellent exemple pour aborder les limites. À l'aide d'une calculatrice graphique, les élèves peuvent constater que cette fonction s'approche de 1 à mesure que  $x$  s'approche de 0.
- Les calculatrices graphiques relient parfois les deux branches du graphique d'une fonction comme  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ , ce qui laisse présumer que la fonction est définie et continue à chacune des valeurs du domaine, y compris à  $x = -1$ . Les élèves doivent être conscients que les calculatrices de ce type produisent parfois des graphiques inexacts.

### Pistes d'évaluation

- Un objet qui était au repos tombe du haut d'une falaise à une vitesse de  $y = 4.9t^2$  mètres durant les  $t$  premières secondes.
  - a. Trouvez la vitesse moyenne à laquelle tombe l'objet durant les 3 premières secondes.
  - b. Trouvez la vitesse à laquelle tombe l'objet après 3 secondes.
- Déterminez chacune des limites suivantes.
  - a.  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 3x + 4)$
  - b.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5}$
  - c.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{x}}{4 + x}$
  - d.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(-5 + h)^2 - 25}{h}$
  - e.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 6x}$

- À l'aide du graphique, déterminez chacune des limites suivantes.



- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

## Section 2.3 – Continuité (pp. 61-72)

**Durée :** 2 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Déterminer si une fonction est continue en un point et sur un intervalle donné.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Calculer des limites à gauche et des limites à droite, algébriquement et graphiquement.
- B. Énoncer un théorème sur l'existence de la limite en un point.
- C. Déterminer si une limite existe.
- D. Donner une définition intuitive de continuité.
- E. Déterminer les points de discontinuité d'une fonction, à l'aide de son graphique.
- F. Donner la définition formelle de continuité en un point.
- G. Repérer les valeurs où  $f$  est susceptible d'être discontinue.
- H. Utiliser la définition formelle de continuité en un point pour déterminer si une fonction est continue en un point.
- I. Donner la définition de fonction continue sur un intervalle.
- J. Déterminer si une fonction est continue sur un intervalle donné.
- K. Énoncer et appliquer le théorème de la valeur intermédiaire.
- L. Énoncer et appliquer le corollaire du théorème de la valeur intermédiaire.

### Pistes d'enseignement

- Expliquez aux élèves qu'ils peuvent savoir intuitivement qu'une fonction est continue s'ils peuvent la reproduire graphiquement sur une feuille sans lever leur crayon.
- Il est important de faire une démonstration visuelle de chaque type de discontinuité. Vous devriez nommer régulièrement les différents types de discontinuité tout au long du cours.

### Pistes d'évaluation

- Trouvez et identifiez les points de discontinuité de chacune des fonctions suivantes.
  - a.  $y = \frac{1}{x+2}$
  - b.  $y = \begin{cases} 1-x^2, & x < 1 \\ x, & x \geq 1 \end{cases}$
- Pour chacun des énoncés suivants, trouvez une formule pour la fonction étendue qui est continue au point indiqué.
  - a.  $y = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}, \quad x = 2$
  - b.  $y = \frac{\cos x - 1}{x}, \quad x = 0$
- Tracez un graphique possible pour une fonction  $f$  pour laquelle  $f(2) = 3$ , mais  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$ .

## Calcul différentiel – Chapitre 3

### Définition de la dérivée

Durée suggérée : 5-7 périodes

#### Sommaire des résultats d'apprentissage spécifiques :

RAS	Durée suggérée
Calculer le taux de variation moyen d'une fonction.	2 périodes de 60 minutes
Calculer la dérivée d'une fonction en un point.	2-3 périodes de 60 minutes
Déterminer la fonction dérivée d'une fonction donnée.	1-2 périodes de 60 minutes

### Section 3.1 – Taux de variation moyen (pp. 84-96)

**Durée :** 2 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Calculer le taux de variation moyen d'une fonction.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Définir et calculer le taux de variation moyen d'une fonction sur un intervalle.
- B. Interpréter graphiquement le taux de variation moyen d'une fonction sur un intervalle.
- C. Calculer des vitesses moyennes d'une particule sur un intervalle de temps.
- D. Relier la notion de vitesse moyenne à la notion de pente de sécante.

#### Pistes d'enseignement

- La majorité des élèves devraient déjà comprendre ce qu'est une pente; vous devriez donc les encourager à examiner les graphiques de fonctions pour s'assurer que les réponses sont plausibles.
- Les taux de variation moyens abordés dans la présente section constituent une application reliée aux limites des fonctions rationnelles. Ils sont également liés aux *dérivées*, même si ce terme n'est pas mentionné dans la section.
- De nombreux élèves ont tendance à faire des erreurs algébriques lorsqu'ils calculent la pente d'une courbe. Encouragez-les à comprendre pourquoi ils font des erreurs afin d'éviter de les reproduire.

#### Pistes d'évaluation

- Déterminez le taux de variation moyen dans l'intervalle indiqué pour chacune des fonctions suivantes.
  - a.  $y = 4x - 3x^2$ ,  $[2,3]$
  - b.  $y = \sqrt{x}$ ,  $[0,2]$
  - c.  $y = \frac{2x+1}{x+2}$ ,  $[1,3]$
- Pour chaque fonction à la valeur  $x$  indiquée, déterminez :
  - la pente de la courbe;
  - l'équation de la droite tangente;
  - a.  $y = 4x - x^2$ ;  $x = 1$
  - b.  $y = x - x^3$ ;  $x = 0$
  - c.  $y = \frac{2}{x+1}$ ;  $x = -2$
- Déterminez le taux de variation instantané de la fonction de position  $y = t^2 - 8t$  en mètres à  $t = 2$  secondes.
- Déterminez le taux de variation de l'aire d'un carré par rapport à la longueur d'un côté lorsque la longueur est de 5 cm.

## Section 3.2 – Dérivée d'une fonction en un point et taux de variation instantané (pp. 96-110)

**Durée :** de 2 à 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Calculer la dérivée d'une fonction en un point.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Définir et calculer la dérivée d'une fonction en un point.
- B. Relier graphiquement la dérivée d'une fonction en un point à la pente de la tangente à la courbe à ce point.
- C. Relier le taux de variation instantané à la dérivée d'une fonction.
- D. Relier la notion de vitesse instantanée à la notion de pente de tangente.
- E. Relier la notion de vitesse instantanée à la notion de dérivée.
- F. Démontrer un théorème relatif à la continuité d'une fonction dérivable.

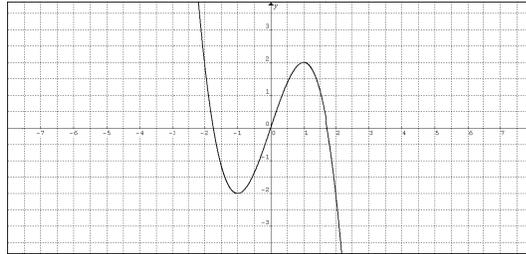
### Pistes d'enseignement

- Une bonne façon d'aborder le sujet de la présente section est de présenter le graphique d'une fonction et de démontrer comment la pente des droites sécantes s'approche d'une limite correspondant à la pente d'une droite tangente.
- Les élèves devraient apprendre à calculer les dérivées à l'aide de la définition. Pour ce faire, ils peuvent procéder en deux étapes : 1) calculer la dérivée à une valeur donnée  $x = a$ . 2) généraliser le processus pour trouver la dérivée à un point général  $x$ . Discutez en classe des différentes notations qui existent pour exprimer la dérivée.
- Lorsqu'ils calculent les dérivées à l'aide de la définition, les élèves font souvent des erreurs en évaluant et en simplifiant le numérateur du quotient différentiel. Lorsque  $f(x)$  est une fonction polynomiale ou rationnelle,  $h$  est toujours un facteur de l'expression simplifiée.

### Pistes d'évaluation

- À l'aide de la définition de la dérivée, trouvez la dérivée des fonctions suivantes à la valeur de  $a$  indiquée.
  - a.  $f(x) = 5x - 9x^2$ ;  $a = 1$
  - b.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ;  $a = 4$
  - c.  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x - 3}$ ;  $a = 2$
- À l'aide de la définition de la dérivée, trouvez la dérivée des fonctions suivantes.
  - a.  $f(x) = x^2 - 2x^3$
  - b.  $f(x) = \sqrt{9 - x}$
  - c.  $f(x) = \frac{1 - 2x}{3 + x}$

- Tracez le graphique de la dérivée de la fonction représentée ci-dessous.



### Section 3.3 – Fonction dérivée (pp. 110-116)

**Durée :** de 1 à 2 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Déterminer la fonction dérivée d'une fonction donnée.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

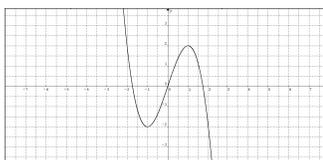
- Définir la fonction dérivée.
- Calculer la fonction dérivée à partir de la définition.
- Définir le taux de variation instantané d'une fonction.
- Déterminer la fonction donnant le taux de variation instantané d'une fonction.
- Calculer la dérivée d'une fonction en un point en utilisant la fonction dérivée.

#### Pistes d'enseignement

- Une bonne façon d'aborder le sujet de la présente section est de présenter le graphique d'une fonction et de démontrer comment la pente des droites sécantes s'approche d'une limite correspondant à la pente d'une droite tangente.
- Les élèves devraient apprendre à calculer les dérivées à l'aide de la définition. Pour ce faire, ils peuvent procéder en deux étapes : 1) calculer la dérivée à une valeur donnée  $x = a$ . 2) généraliser le processus pour trouver la dérivée à un point général  $x$ . Discutez en classe des différentes notations qui existent pour exprimer la dérivée.
- Lorsqu'ils calculent les dérivées à l'aide de la définition, les élèves font souvent des erreurs en évaluant et en simplifiant le numérateur du quotient différentiel. Lorsque  $f(x)$  est une fonction polynomiale ou rationnelle,  $h$  est toujours un facteur de l'expression simplifiée.

#### Pistes d'évaluation

- À l'aide de la définition de la dérivée, trouvez la dérivée des fonctions suivantes à la valeur de  $a$  indiquée.
  - $f(x) = 5x - 9x^2$ ;  $a = 1$
  - $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ;  $a = 4$
  - $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x - 3}$ ;  $a = 2$
- À l'aide de la définition de la dérivée, trouvez la dérivée des fonctions suivantes.
  - $f(x) = x^2 - 2x^3$
  - $f(x) = \sqrt{9 - x}$
  - $f(x) = \frac{1 - 2x}{3 + x}$
- Tracez le graphique de la dérivée de la fonction représentée ci-dessous.





## Calcul différentiel – Chapitre 4

### Dérivée de fonctions algébriques et de fonctions implicites

Durée suggérée : 7-10 périodes

#### Sommaire des résultats d'apprentissage spécifiques :

RAS	Durée suggérée
Calculer la dérivée de fonctions constantes, de la fonction identité et de fonctions de la forme $x^r$ , où $r \in \mathbb{R}$ .	1 période de 60 minutes
Calculer la dérivée de produits, de sommes et de quotients de fonctions.	2-3 périodes de 60 minutes
Déterminer la dérivée de fonctions composées et calculer des dérivées successives.	2-3 périodes de 60 minutes
Déterminer la dérivée de fonctions implicites.	2-3 périodes de 60 minutes

## Section 4.1 – Dérivée de fonctions constantes de la fonction identité et de fonctions de la forme $x^r$ , où $r \in \mathbb{R}$ (pp. 130-136)

**Durée :** 1 période

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Calculer la dérivée de fonctions constantes, de la fonction identité et de fonctions de la forme  $x^r$ , où  $r \in \mathbb{R}$ .

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Démontrer que la dérivée d'une fonction constante est égale à 0.
- B. Calculer la pente de la tangente à la courbe de fonctions constantes.
- C. Démontrer que la dérivée de la fonction identité est égale à 1.
- D. Calculer la pente de la tangente à la courbe de la fonction identité.
- E. Démontrer la règle permettant de calculer la dérivée de fonctions de la forme  $x^n$ , où  $n \in \mathbb{N}$ .
- F. Calculer la dérivée de fonctions de la forme  $x^r$ , où  $r \in \mathbb{R}$ .
- G. Calculer la pente de la tangente à la courbe de fonctions de la forme  $x^r$ , où  $r \in \mathbb{R}$ .

### Pistes d'enseignement

- Il est essentiel que les élèves apprennent les règles de dérivation et qu'ils sachent les utiliser correctement pour la suite du cours, y compris pour les applications des dérivées et le processus d'intégration. La règle du quotient peut être particulièrement difficile à retenir pour certains élèves. Voici un truc pour mémoriser cette règle :

$$d\left(\frac{\text{hi}}{\text{low}}\right) = \frac{\text{low di hi} - \text{hi di low}}{\text{low}^2}$$

- De nombreux élèves font des erreurs lorsqu'ils appliquent les règles de dérivation et qu'ils simplifient les réponses. Encouragez-les à toujours vérifier leur travail.
- Lorsqu'ils appliquent la règle du quotient, les élèves interchangent souvent les termes du numérateur de la dérivée. Les élèves qui n'arrivent pas à retenir l'ordre des termes devraient pouvoir y arriver avec une fonction simple comme

$$f(x) = \frac{x}{1}.$$

### Pistes d'évaluation

- Trouvez la dérivée des fonctions suivantes.

a.  $f(x) = \frac{1}{2}x^6 - 3x^4 + x$

b.  $f(x) = (1 + x + x^2)(2 - x^4)$

c.  $f(x) = (x^3 - 2x)(x^{-4} + x^{-2})$

d.  $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + x - 2}$

- Pour chacune des fonctions suivantes, trouvez une équation pour la droite tangente à la courbe au point indiqué.
  - a.  $y = (1+2x)^2$ ,  $x = 1$
  - b.  $y = \frac{3x+1}{x^2+1}$ ,  $x = -1$
- Trouvez les trois premières dérivées des fonctions suivantes.
  - a.  $y = x^4 - 3x^3 + 16x$
  - b.  $y = \frac{2x-1}{x}$
- Trouvez les équations des deux droites tangentes à la courbe  $y = 1 + x^3$  ayant une pente de 12.

## Section 4.2 – Dérivée de produits, de sommes et de quotients de fonctions (pp. 137-148)

**Durée :** de 2 à 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Calculer la dérivée de produits, de sommes et de quotients de fonctions.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Démontrer que la dérivée du produit d'une constante par une fonction est égale au produit de la constante par la dérivée de la fonction.
- B. Calculer la dérivée du produit d'une constante par une fonction.
- C. Démontrer que la dérivée d'une somme de deux fonctions est égale à la somme des dérivées de ces deux fonctions.
- D. Démontrer que la dérivée d'une somme de  $n$  fonctions est égale à la somme des dérivées de ces  $n$  fonctions.
- E. Calculer la dérivée d'une somme (ou d'une différence) de  $n$  fonctions.
- F. Démontrer la règle permettant de calculer la dérivée d'un produit de deux fonctions.
- G. Démontrer la règle permettant de calculer la dérivée d'un produit de  $n$  fonctions.
- H. Calculer la dérivée d'un produit de  $n$  fonctions.
- I. Démontrer la règle permettant de calculer la dérivée d'un quotient de deux fonctions.
- J. Calculer la dérivée d'un quotient de deux fonctions.
- K. Utiliser la dérivée d'une fonction pour résoudre des problèmes de pente de tangente.

### Pistes d'enseignement

- Il est essentiel que les élèves apprennent les règles de dérivation et qu'ils sachent les utiliser correctement pour la suite du cours, y compris pour les applications des dérivées et le processus d'intégration. La règle du quotient peut être particulièrement difficile à retenir pour certains élèves. Voici un truc pour mémoriser cette règle :

$$d\left(\frac{hi}{low}\right) = \frac{low\ di\ hi - hi\ di\ low}{low^2}$$

- De nombreux élèves font des erreurs lorsqu'ils appliquent les règles de dérivation et qu'ils simplifient les réponses. Encouragez-les à toujours vérifier leur travail.
- Lorsqu'ils appliquent la règle du quotient, les élèves interchangent souvent les termes du numérateur de la dérivée. Les élèves qui n'arrivent pas à retenir l'ordre des termes devraient pouvoir y arriver avec une fonction simple comme

$$f(x) = \frac{x}{1}$$

### Pistes d'évaluation

- Trouvez la dérivée des fonctions suivantes.

a.  $f(x) = \frac{1}{2}x^6 - 3x^4 + x$

b.  $f(x) = (1 + x + x^2)(2 - x^4)$

c.  $f(x) = (x^3 - 2x)(x^{-4} + x^{-2})$

d.  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x-2}$

- Pour chacune des fonctions suivantes, trouvez une équation pour la droite tangente à la courbe au point indiqué.

a.  $y = (1+2x)^2$ ,  $x = 1$

b.  $y = \frac{3x+1}{x^2+1}$ ,  $x = -1$

- Trouvez les trois premières dérivées des fonctions suivantes.

a.  $y = x^4 - 3x^3 + 16x$

b.  $y = \frac{2x-1}{x}$

- Trouvez les équations des deux droites tangentes à la courbe  $y = 1 + x^3$  ayant une pente de 12.

### Section 4.3 – Dérivée de fonctions composées et dérivées successives de fonctions (pp. 148-156)

**Durée :** de 2 à 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Déterminer la dérivée de fonctions composées et calculer des dérivées successives.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- Démontrer la règle permettant de calculer la dérivée d'une fonction de la forme  $[f(x)]^n$ , où  $n \in \mathbb{N}$ .
- Calculer la dérivée d'une fonction de la forme  $[f(x)]^r$ , où  $r \in \mathbb{R}$ .
- Démontrer la règle de dérivation en chaîne.
- Utiliser la notation de Leibniz pour déterminer la dérivée de fonctions composées.
- Utiliser diverses notations pour exprimer les dérivées successives d'une fonction.
- Calculer la dérivée  $n^e$  d'une fonction.
- Utiliser la dérivée d'une fonction pour résoudre des problèmes de pente de tangente.

#### Pistes d'enseignement

- Dans la présente section, on adopte une approche traditionnelle pour montrer aux élèves comment utiliser correctement la règle de dérivation en chaîne. Les élèves apprennent d'abord à dériver  $y = f[g(x)]$  en établissant que  $u = g(x)$ , en calculant les deux dérivées  $f'(u)$  et  $g'(x)$ , puis en appliquant la règle de dérivation en chaîne pour obtenir  $y' = f'(u)g'(x) = f'[g(x)]g'(x)$ . Ils abrègent ensuite le processus de dérivation en éliminant  $u$  et en se référant simplement à  $g(x)$  comme fonction intérieure. Ce processus abrégé s'appelle la règle de dérivation de l'extérieur vers l'intérieur. Les élèves devraient faire plusieurs exercices avec la règle de dérivation en chaîne afin que son utilisation devienne un automatisme.
- Lorsque vous présentez la notation de Leibniz de la règle de dérivation en chaîne,  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ , soulignez que  $\frac{dy}{dx}$  est évalué en  $u = g(x)$  et  $\frac{du}{dx}$  en  $x$ .
- Lorsqu'ils appliquent la règle de dérivation de l'extérieur vers l'intérieur pour calculer la dérivée de  $f[g(x)]$ , les élèves commettent souvent l'erreur d'omettre  $g'(x)$  dans la réponse.

#### Pistes d'évaluation

- Trouvez la dérivée de chacune des fonctions suivantes.

a.  $f(x) = (x^4 + 3x^2 - 2)^5$

b.  $f(x) = (2x - 3)^4 (x^2 + x + 1)^5$

c.  $f(x) = \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^3$

d.  $f(x) = \frac{x+1}{\sin^2 x}$

- Trouvez la valeur de  $(f \circ g)'(x)$  au point indiqué pour la fonction suivante.

$$f(x) = u^{10}, \quad u = 1 + 2x, \quad x = 0$$

## Section 4.4 – Dérivation implicite (pp. 156-161)

**Durée :** de 2 à 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Déterminer la dérivée de fonctions implicites.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Reconnaître une fonction implicite.
- B. Calculer la dérivée de fonctions implicites.

### Pistes d'enseignement

- La dérivation implicite est une technique importante et efficace utilisée dans les applications et les règles de dérivation pour calculer la dérivée de fonctions réciproques.
- Il est facile de commettre des erreurs en utilisant des dérivées qui requièrent la règle du produit et/ou la règle de dérivation en chaîne. Il est possible que les élèves oublient d'utiliser la règle du produit pour calculer la dérivée de  $xy$ .

### Pistes d'évaluation

- À l'aide de la dérivation implicite, trouvez  $\frac{dy}{dx}$  pour chacune des relations suivantes.
  - a.  $9x^2 - y^2 = 1$
  - b.  $x^2 + xy - y^2 = 4$
  - c.  $y \cos x = x^2 + y^2$
  - d.  $y^5 + x^2y^3 = 1 + x^4y$
- Trouvez la pente de la courbe au point indiqué pour chacune des relations suivantes.
  - a.  $x^2 + xy + y^2 = 3$ , (1,1)
  - b.  $x^{1/3} + y^{1/3} = 3$ , (8,1)
- Déterminez à quel point la pente de  $x^2 + 2xy - y^2 = 9$  n'est pas définie.
- Trouvez l'équation de la droite tangente et celle de la droite normale à la courbe  $xy + y^3 = 3$  et au point (2,1).
- À l'aide de la dérivation implicite, trouvez  $\frac{d^2y}{dx^2}$  pour la relation  $9x^2 - 4y^2 = 36$ .
- Trouvez la dérivée de chacune des fonctions suivantes.
  - a.  $f(x) = \sqrt{3x^2 - 1}$
  - b.  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{3x - 5}$

# Calcul différentiel – Chapitre 5

## Taux de variation

**Durée suggérée : 9-13 périodes**

### Sommaire des résultats d'apprentissage spécifiques :

<b>RAS</b>	<b>Durée suggérée</b>
Utiliser la notation de dérivée pour calculer le taux de variation instantané de fonctions dans divers domaines.	4-6 périodes de 60 minutes
Utiliser la règle de dérivation en chaîne pour résoudre des problèmes de taux de variation liés.	5-7 périodes de 60 minutes

## Section 5.1 – Taux de variation instantané (pp. 174-192)

**Durée :** de 4 à 6 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Utiliser la notation de dérivée pour calculer le taux de variation instantané de fonctions dans divers domaines.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Donner la définition de la fonction vitesse.
- B. Donner la définition de la fonction accélération.
- C. Utiliser les fonctions « position », « vitesse » et « accélération » d'un mobile pour résoudre certains problèmes de physique.
- D. Résoudre des problèmes de taux de variation instantané en chimie.
- E. Résoudre des problèmes de taux de variation instantané en géométrie.
- F. Définir le coût marginal et le revenu marginal.
- G. Résoudre des problèmes de taux de variation instantané en économie.

### Pistes d'enseignement

- L'accélération due à la gravité peut être exprimée par un nombre positif ou négatif, selon la définition donnée au système de coordonnées. Discutez avec les élèves de l'importance de choisir une convention et de la respecter pour l'application déterminée.
- Une discussion sur le coût marginal et le revenu marginal est un bon moyen de démontrer comment de nombreux taux de variation ne sont pas liés au temps ou à une position.

### Pistes d'évaluation

- La position d'une particule est exprimée par l'équation  $s = f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ , où  $t$  est mesuré en secondes et  $s$ , en mètres.
  - a. Déterminez la vitesse au temps  $t$ .
  - b. Quelle est la vitesse après 2 s? Après 4 s?
  - c. À quel moment la particule est-elle au repos?
  - d. À quel moment la particule se déplace-t-elle dans le sens positif? Dans le sens négatif?
  - e. Déterminez l'accélération au temps  $t$  et après 4 s.
  - f. À quel moment la particule accélère-t-elle? À quel moment la particule ralentit-elle?
- La hauteur, en mètres, à laquelle se trouve un projectile lancé dans les airs à la verticale à partir du sol à une vitesse initiale de 24,5 m/s après  $t$  secondes est exprimée par l'équation  $h = 24.5t - 4.9t^2$ , .
  - a. Déterminez la vitesse après 2 s et après 4 s.
  - b. À quel moment le projectile atteint-il sa hauteur maximale?
  - c. Quelle est la hauteur maximale?
  - d. À quel moment le projectile touche-t-il le sol?
  - e. À quelle vitesse le projectile touche-t-il le sol?
- Considérons un réservoir contenant 5000 gallons d'eau qui s'écoulent par le fond en 40 minutes. Selon la loi de Torricelli, le volume d'eau résiduel après  $t$  minutes peut être exprimé par l'équation  $V = 5000\left(1 - \frac{1}{40}t\right)^2$ , où

$0 \leq t \leq 40$ .

- a. Déterminez le débit d'écoulement de l'eau après 5 min, 10 min, 20 min et 40 min.
- b. À quel moment le débit d'écoulement est-il le plus rapide? Le plus lent?

## Section 5.2 – Taux de variation liés (pp. 192-198)

**Durée :** de 5 à 7 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Utiliser la règle de dérivation en chaîne pour résoudre des problèmes de taux de variation liés.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Reconnaître des problèmes de taux de variation liés.
- B. Résoudre des problèmes de taux de variation liés, en utilisant la règle de dérivation en chaîne.

### Pistes d'enseignement

- Passez en revue avec les élèves les notions sur la règle de dérivation en chaîne et la dérivation implicite, car ils doivent les maîtriser pour arriver à résoudre des problèmes de taux liés qui n'impliquent pas une relation fonctionnelle directe entre deux grandeurs.
- Abordez la stratégie en six étapes et faites-en une modélisation pour résoudre des problèmes de taux liés avec les élèves.
- L'erreur commise le plus souvent par les élèves lorsqu'ils tentent de résoudre des problèmes de taux liés c'est de remplacer trop tôt une variable par une valeur, ce qui les empêche d'utiliser les dérivées appropriées. Faites-leur bien comprendre que l'évaluation est l'étape finale de la résolution des problèmes de taux liés.

### Pistes d'évaluation

- Un ballon sphérique que l'on gonfle avec de l'air augmente de volume à une vitesse de  $100 \text{ cm}^3/\text{s}$ . À quelle vitesse son rayon augmente-t-il si son diamètre est de 50 cm?
- Une échelle d'une longueur de 10 pieds est appuyée contre un mur vertical. Si le bas de l'échelle glisse à une vitesse de  $1 \text{ pi}/\text{s}$ , à quelle vitesse le haut de l'échelle glissera-t-il lorsque le bas se trouvera à 6 pieds du mur?
- Considérons un réservoir ayant la forme d'un cône circulaire inversé d'un rayon de 2 m à sa base et d'une hauteur de 4 m. Si on le remplit d'eau à une vitesse de  $2 \text{ m}^3/\text{min}$ , à quelle vitesse le niveau augmente-t-il lorsqu'il y a 3 m d'eau dans le réservoir?
- La voiture A et la voiture B se déplacent respectivement vers l'ouest à une vitesse de 50 mi/h et vers le nord à une vitesse de 60 mi/h, en direction de l'intersection des deux routes. À quelle vitesse les deux voitures s'approchent-elles l'une de l'autre lorsque la voiture A et la voiture B se trouvent respectivement à 0,3 mille et 0,4 mille de l'intersection?
- Un homme marche dans un sentier bien droit à une vitesse de  $4 \text{ pi}/\text{s}$ . Un projecteur placé au sol à 20 pi du sentier est continuellement braqué sur le marcheur. À quelle vitesse le projecteur tourne-t-il lorsque le marcheur se trouve à 15 pi du point le plus proche du projecteur sur le sentier?

# Calcul différentiel – Chapitre 6

## Analyse de fonctions algébriques

**Durée suggérée : 13-17 périodes**

### Sommaire des résultats d'apprentissage spécifiques :

<b>RAS</b>	<b>Durée suggérée</b>
Rassembler dans un tableau de variation les informations relatives aux intervalles de croissance, aux intervalles de décroissance et aux points de maximum et de minimum relatifs d'une fonction pour en déduire l'esquisse de son graphique.	3-4 périodes de 60 minutes
Rassembler dans un tableau de variation les informations relatives aux intervalles de concavité vers le haut, aux intervalles de concavité vers le bas et aux points d'inflexion.	3 périodes de 60 minutes
Rassembler, dans un seul tableau de variation, toutes les informations déduites de la dérivée première et de la dérivée seconde d'une fonction continue, puis donner une esquisse de son graphique.	3-4 périodes de 60 minutes
Identifier les asymptotes verticales, les asymptotes horizontales et les asymptotes obliques de la courbe d'une fonction et donner l'esquisse du graphique de la fonction près de ces asymptotes.	2-3 périodes de 60 minutes
Analyser des fonctions algébriques.	2-3 périodes de 60 minutes

## Section 6.1 – Intervalles de croissance, intervalles de décroissance, maximum et minimum (pp. 212-233)

**Durée :** de 3 à 4 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Rassembler dans un tableau de variation les informations relatives aux intervalles de croissance, aux intervalles de décroissance et aux points de maximum et de minimum relatifs d'une fonction pour en déduire l'esquisse de son graphique.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Donner la définition d'une fonction croissante et d'une fonction décroissante.
- B. Donner la définition de maximum et de minimum d'une fonction.
- C. Donner la définition de maximum et de minimum d'une fonction aux extrémités d'un intervalle.
- D. Relier la croissance et la décroissance d'une fonction au signe de sa dérivée.
- E. Déterminer les intervalles de croissance et de décroissance d'une fonction.
- F. Déterminer les nombres critiques de  $f$ .
- G. Donner la définition de point stationnaire, de point de rebroussement et de point anguleux de  $f$ .
- H. Déterminer les points de maximum relatif et les points de minimum relatif d'une fonction à l'aide du test de la dérivée première.
- I. Construire un tableau de variation relatif à  $f'$ .
- J. Donner une esquisse du graphique de  $f$  à partir du tableau de variation relatif à  $f'$ .
- K. Donner une esquisse du graphique de  $f'$  à partir du graphique de  $f$ .
- L. Donner une esquisse du graphique de  $f$  à partir du graphique de  $f'$ .

### Pistes d'enseignement

- Tracez le graphique d'une fonction au hasard et discutez avec les élèves du minimum local et absolu et du maximum local et absolu de la fonction. Les élèves pourront comprendre plus facilement ces concepts s'ils les saisissent d'abord de façon intuitive.
- Il est essentiel de comprendre les notions de minimum et de maximum pour étudier les applications des dérivées. Les élèves doivent comprendre la terminologie du calcul différentiel et intégral; vous devez donc insister sur cet aspect dans la présente section. Parce que l'analyse permet de confirmer ce que l'on voit, il est important d'intégrer les habiletés acquises en algèbre à l'étude du calcul différentiel et intégral.
- Certains élèves présumeront que le point critique correspond toujours à une valeur extrême locale; lorsque ce n'est pas le cas, il est important que vous donniez des exemples aux élèves.
- Lorsqu'ils trouvent les points critiques d'une fonction, certains élèves omettent de trouver les points où la dérivée n'est pas définie.
- Le concept d'intégrale indéfinie est très important. Demandez aux élèves de discuter de différentes stratégies pour trouver l'intégrale indéfinie de fonctions simples, comme celles qui sont présentées dans la présente section.
- Présentez aux élèves plusieurs graphiques de fonction et demandez-leur de discuter de la relation entre les dérivées et les valeurs extrêmes de la fonction.
- Il est essentiel que les élèves comprennent la relation entre les dérivées première et seconde et le graphique d'une fonction. L'analyse des dérivées première et seconde permet d'établir toutes les caractéristiques importantes représentées par le graphique affiché sur la calculatrice.
- Les élèves devront apprendre à se servir de leur jugement pour déterminer les essais qu'ils doivent effectuer pour

trouver les valeurs extrêmes locales d'une fonction. Parfois  $Y''$  est trop compliqué ou trop long pour qu'on puisse déterminer sa valeur à l'aide d'une méthode algébrique; il peut donc être plus simple d'utiliser le test de la dérivée première plutôt que le test de la dérivée seconde.

- Il est important que les élèves comprennent que la condition  $f'(c) = 0$  ne permet pas de garantir que  $f$  a une valeur extrême locale en  $(c, f(c))$ . De même, certains élèves associent à un point d'inflexion tout point pour lequel  $f''(x) = 0$ ; rappelez-leur que le point d'inflexion d'une fonction est un point où s'opère un changement de concavité.

### Pistes d'évaluation

- À l'aide d'une méthode d'analyse, trouvez les valeurs extrêmes locales et absolues dans l'intervalle indiqué pour chacune des fonctions suivantes.
  - $f(x) = 1 + (x+1)^2, \quad -2 \leq x \leq 5$
  - $f(x) = \frac{1}{x}, \quad x \geq 1$
  - $f(x) = 3x - x^3, \quad -3 \leq x \leq 3$
- Trouvez toutes les valeurs extrêmes locales et absolues pour chacune des fonctions suivantes.
  - $f(x) = 4 + 6x - 3x^2$
  - $f(x) = \frac{x-1}{x^2 - x + 1}$
  - $y = \frac{4x}{(x-1)^2}$
- Pour chacune des fonctions suivantes, utilisez une méthode d'analyse pour trouver :
  - les valeurs extrêmes locales;
  - les intervalles où la fonction est croissante;
  - les intervalles où la fonction est décroissante.
  - $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
  - $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$
  - $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$
  - $f(x) = x\sqrt{x-9}$
- Pour chacune des expressions suivantes, trouvez toutes les fonctions possibles pour la dérivée indiquée.
  - $f'(x) = x - 3$
  - $f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4}x^2 - \frac{4}{5}x^3$
  - $f'(x) = (x+1)(2x-1)$
  - $f'(x) = \frac{5}{x}$
- Tracez le graphique d'une fonction dérivable  $y = f(x)$  ayant un maximum local en  $(0,1)$  et un minimum absolu en  $(-1,0)$  et  $(1,0)$ .

- Pour chacune des fonctions suivantes, utilisez une méthode d'analyse pour trouver :
  - les points d'inflexion;
  - les intervalles où la fonction est concave vers le haut;
  - les intervalles où la fonction est concave vers le bas.
- a.  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
- b.  $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 6x + 1$
- Utilisez une méthode d'analyse pour tracer le graphique de chacune des fonctions suivantes.
- a.  $f(x) = 2 + 3x^2 - x^3$
- b.  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$
- c.  $f(x) = (x - 3)\sqrt{x}$

## Section 6.2 – Intervalles de concavité vers le haut, intervalles de concavité vers le bas et point d'inflexion (pp. 234-248)

**Durée :** 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Rassembler dans un tableau de variation les informations relatives aux intervalles de concavité vers le haut, aux intervalles de concavité vers le bas et aux points d'inflexion.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Donner la définition de concavité vers le haut et de concavité vers le bas du graphique d'une fonction.
- B. Donner la définition d'un point d'inflexion.
- C. Relier la concavité d'une fonction au signe de sa dérivée seconde.
- D. Déterminer les intervalles de concavité vers le haut et de concavité vers le bas d'une fonction.
- E. Déterminer les nombres critiques de  $f'$ .
- F. Déterminer les points d'inflexion d'une fonction.
- G. Construire un tableau de variation relatif à  $f''$ .
- H. Déterminer les points de maximum relatif et les points de minimum relatif d'une fonction à l'aide du test de la dérivée seconde.

### Pistes d'enseignement

- Présentez aux élèves plusieurs graphiques de fonction et demandez-leur de discuter de la relation entre les dérivées et les valeurs extrêmes de la fonction.
- Il est essentiel que les élèves comprennent la relation entre les dérivées première et seconde et le graphique d'une fonction. L'analyse des dérivées première et seconde permet d'établir toutes les caractéristiques importantes représentées par le graphique affiché sur la calculatrice.
- Les élèves devront apprendre à se servir de leur jugement pour déterminer les essais qu'ils doivent effectuer pour trouver les valeurs extrêmes locales d'une fonction. Parfois  $\mathcal{Y}''$  est trop compliqué ou trop long pour qu'on puisse déterminer sa valeur à l'aide d'une méthode algébrique; il peut donc être plus simple d'utiliser le test de la dérivée première plutôt que le test de la dérivée seconde.
- Il est important que les élèves comprennent que la condition  $f'(c) = 0$  ne permet pas de garantir que  $f$  a une valeur extrême locale en  $(c, f(c))$ . De même, certains élèves associent à un point d'inflexion tout point pour lequel  $f''(x) = 0$ ; rappelez-leur que le point d'inflexion d'une fonction est un point où s'opère un changement de concavité.

### Pistes d'évaluation

- Pour chacune des expressions suivantes, trouvez toutes les fonctions possibles pour la dérivée indiquée.
  - a.  $f'(x) = x - 3$
  - b.  $f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4}x^2 - \frac{4}{5}x^3$
  - c.  $f'(x) = (x+1)(2x-1)$

d.  $f'(x) = 2 \cos x$

e.  $f'(x) = \frac{5}{x}$

- Tracez le graphique d'une fonction dérivable  $y = f(x)$  ayant un maximum local en  $(0,1)$  et un minimum absolu en  $(-1,0)$  et  $(1,0)$ .
- Pour chacune des fonctions suivantes, utilisez une méthode d'analyse pour trouver :
  - les points d'inflexion;
  - les intervalles où la fonction est concave vers le haut;
  - les intervalles où la fonction est concave vers le bas.
- a.  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
- b.  $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 6x + 1$
- Utilisez une méthode d'analyse pour tracer le graphique de chacune des fonctions suivantes.
  - a.  $f(x) = 2 + 3x^2 - x^3$
  - b.  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$
- c.  $f(x) = (x-3)\sqrt{x}$

### Section 6.3 – Analyse de certaines fonctions continues à l'aide des dérivées première et seconde (pp. 249-254)

**Durée :** de 3 à 4 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Rassembler, dans un seul tableau de variation, toutes les informations déduites de la dérivée première et de la dérivée seconde d'une fonction continue, puis donner une esquisse de son graphique.

#### Pistes d'enseignement

- Tracez le graphique d'une fonction au hasard et discutez avec les élèves du minimum local et absolu et du maximum local et absolu de la fonction. Les élèves pourront comprendre plus facilement ces concepts s'ils les saisissent d'abord de façon intuitive.
- Il est essentiel de comprendre les notions de minimum et de maximum pour étudier les applications des dérivées. Les élèves doivent comprendre la terminologie du calcul différentiel et intégral; vous devez donc insister sur cet aspect dans la présente section. Parce que l'analyse permet de confirmer ce que l'on voit, il est important d'intégrer les habiletés acquises en algèbre à l'étude du calcul différentiel et intégral.
- Certains élèves présumeront que le point critique correspond toujours à une valeur extrême locale; lorsque ce n'est pas le cas, il est important que vous donniez des exemples aux élèves.
- Lorsqu'ils trouvent les points critiques d'une fonction, certains élèves omettent de trouver les points où la dérivée n'est pas définie.
- Le concept d'intégrale indéfinie est très important. Demandez aux élèves de discuter de différentes stratégies pour trouver l'intégrale indéfinie de fonctions simples, comme celles qui sont présentées dans la présente section.
- Présentez aux élèves plusieurs graphiques de fonction et demandez-leur de discuter de la relation entre les dérivées et les valeurs extrêmes de la fonction.
- Il est essentiel que les élèves comprennent la relation entre les dérivées première et seconde et le graphique d'une fonction. L'analyse des dérivées première et seconde permet d'établir toutes les caractéristiques importantes représentées par le graphique affiché sur la calculatrice.
- Les élèves devront apprendre à se servir de leur jugement pour déterminer les essais qu'ils doivent effectuer pour trouver les valeurs extrêmes locales d'une fonction. Parfois  $y''$  est trop compliqué ou trop long pour qu'on puisse déterminer sa valeur à l'aide d'une méthode algébrique; il peut donc être plus simple d'utiliser le test de la dérivée première plutôt que le test de la dérivée seconde.
- Il est important que les élèves comprennent que la condition  $f'(c) = 0$  ne permet pas de garantir que  $f$  a une valeur extrême locale en  $(c, f(c))$ . De même, certains élèves associent à un point d'inflexion tout point pour lequel  $f''(x) = 0$ ; rappelez-leur que le point d'inflexion d'une fonction est un point où s'opère un changement de concavité.

#### Pistes d'évaluation

- À l'aide d'une méthode d'analyse, trouvez les valeurs extrêmes locales et absolues dans l'intervalle indiqué pour chacune des fonctions suivantes.
  - $f(x) = 1 + (x+1)^2, \quad -2 \leq x \leq 5$
  - $f(x) = \frac{1}{x}, \quad x \geq 1$

c.  $f(x) = 3x - x^3, -3 \leq x \leq 3$

- Trouvez toutes les valeurs extrêmes locales et absolues pour chacune des fonctions suivantes.
  - a.  $f(x) = 4 + 6x - 3x^2$
  - b.  $f(x) = \frac{x-1}{x^2 - x + 1}$
  - c.  $y = \frac{4x}{(x-1)^2}$
- Pour chacune des fonctions suivantes, utilisez une méthode d'analyse pour trouver :
  - les valeurs extrêmes locales;
  - les intervalles où la fonction est croissante;
  - les intervalles où la fonction est décroissante.
  - a.  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
  - b.  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$
  - c.  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$
  - d.  $f(x) = x\sqrt{x-9}$
- Pour chacune des expressions suivantes, trouvez toutes les fonctions possibles pour la dérivée indiquée.
  - a.  $f'(x) = x - 3$
  - b.  $f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4}x^2 - \frac{4}{5}x^3$
  - c.  $f'(x) = (x+1)(2x-1)$
  - d.  $f'(x) = \frac{5}{x}$
- Tracez le graphique d'une fonction dérivable  $y = f(x)$  ayant un maximum local en  $(0,1)$  et un minimum absolu en  $(-1,0)$  et  $(1,0)$ .
- Pour chacune des fonctions suivantes, utilisez une méthode d'analyse pour trouver :
  - les points d'inflexion;
  - les intervalles où la fonction est concave vers le haut;
  - les intervalles où la fonction est concave vers le bas.
  - a.  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
  - b.  $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 6x + 1$
- Utilisez une méthode d'analyse pour tracer le graphique de chacune des fonctions suivantes.
  - a.  $f(x) = 2 + 3x^2 - x^3$
  - b.  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$
  - c.  $f(x) = (x-3)\sqrt{x}$

## Section 6.4 – Asymptotes verticales, asymptotes horizontales et asymptotes obliques (pp. 255-274)

**Durée :** de 2 à 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Identifier les asymptotes verticales, les asymptotes horizontales et les asymptotes obliques de la courbe d'une fonction et donner l'esquisse du graphique de la fonction près de ces asymptotes.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Donner la définition d'asymptote verticale.
- B. Repérer graphiquement les asymptotes verticales de la courbe d'une fonction.
- C. Déterminer algébriquement les équations des asymptotes verticales de la courbe d'une fonction.
- D. Donner la définition d'une asymptote horizontale.
- E. Repérer graphiquement les asymptotes horizontales de la courbe d'une fonction.
- F. Lever des indéterminations de la forme  $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ .
- G. Lever des indéterminations de la forme  $(+\infty - \infty)$  ou  $(-\infty + \infty)$ .
- H. Déterminer algébriquement les équations des asymptotes horizontales de la courbe d'une fonction.
- I. Donner la définition d'asymptote oblique.
- J. Repérer graphiquement les asymptotes obliques de la courbe d'une fonction.
- K. Déterminer algébriquement les équations des asymptotes obliques de la courbe d'une fonction.

### Pistes d'enseignement

- Discutez avec les élèves de la fonction  $y = \frac{1}{x}$  afin de leur permettre d'aborder de façon pertinente tant les limites sous la forme  $x \rightarrow \pm\infty$  que les limites infinies sous la forme  $x \rightarrow 0$ .
- Les élèves doivent comprendre la signification mathématique du symbole  $\infty$  dans le contexte de l'expression  $x \rightarrow \infty$ , à savoir que dans une fonction de  $x$ , la valeur  $x$  augmente à l'infini. Ils doivent savoir que le symbole  $\infty$  ne représente pas un nombre réel.
- Discutez avec les élèves du comportement final de trois types de fonctions rationnelles, où le degré du numérateur est respectivement inférieur, égal et supérieur au degré du dénominateur.
- Bon nombre d'élèves auront de la difficulté avec les limites de la forme indéterminée  $\frac{0}{0}$ . Rappelez-leur qu'ils doivent réécrire la fonction pour trouver la valeur réelle de la limite.

### Pistes d'évaluation

- Déterminez les asymptotes horizontale et verticale du graphique de  $y = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$ .
- Déterminez chacune des limites suivantes.

a.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \sin \frac{1}{x}$

b.  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x}{3-x}$

c.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 2x^2 + 5x - 1}{3 - 4x + 9x^2 + 2x^3}$

- Pour chacune des fonctions suivantes, trouvez un modèle de comportement final de fonction puissance pour  $f$ .

a.  $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$

b.  $f(x) = \frac{x^3 - 5}{2x^2 - 3x + 2}$

c.  $f(x) = \frac{9-x}{x+1}$

- Trouvez un modèle de comportement final de fonction de base simple à droite et à gauche pour  $y = 3x^2 - \cos x$ .

## Section 6.5 – Analyse de fonctions algébriques (pp. 275-280)

**Durée :** de 2 à 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Analyser des fonctions algébriques.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Déterminer algébriquement les équations des asymptotes de la courbe d'une fonction.
- B. Rassembler, dans un seul tableau de variation, toutes les informations déduites de la dérivée première et de la dérivée seconde d'une fonction algébrique, puis donner une esquisse de son graphique.

### Pistes d'enseignement

- Tracez le graphique d'une fonction au hasard et discutez avec les élèves du minimum local et absolu et du maximum local et absolu de la fonction. Les élèves pourront comprendre plus facilement ces concepts s'ils les saisissent d'abord de façon intuitive.
- Il est essentiel de comprendre les notions de minimum et de maximum pour étudier les applications des dérivées. Les élèves doivent comprendre la terminologie du calcul différentiel et intégral; vous devez donc insister sur cet aspect dans la présente section. Parce que l'analyse permet de confirmer ce que l'on voit, il est important d'intégrer les habiletés acquises en algèbre à l'étude du calcul différentiel et intégral.
- Certains élèves présumeront que le point critique correspond toujours à une valeur extrême locale; lorsque ce n'est pas le cas, il est important que vous donniez des exemples aux élèves.
- Lorsqu'ils trouvent les points critiques d'une fonction, certains élèves omettent de trouver les points où la dérivée n'est pas définie.
- Le concept d'intégrale indéfinie est très important. Demandez aux élèves de discuter de différentes stratégies pour trouver l'intégrale indéfinie de fonctions simples, comme celles qui sont présentées dans la présente section.
- Présentez aux élèves plusieurs graphiques de fonction et demandez-leur de discuter de la relation entre les dérivées et les valeurs extrêmes de la fonction.
- Il est essentiel que les élèves comprennent la relation entre les dérivées première et seconde et le graphique d'une fonction. L'analyse des dérivées première et seconde permet d'établir toutes les caractéristiques importantes représentées par le graphique affiché sur la calculatrice.
- Les élèves devront apprendre à se servir de leur jugement pour déterminer les essais qu'ils doivent effectuer pour trouver les valeurs extrêmes locales d'une fonction. Parfois  $\mathcal{Y}''$  est trop compliqué ou trop long pour qu'on puisse déterminer sa valeur à l'aide d'une méthode algébrique; il peut donc être plus simple d'utiliser le test de la dérivée première plutôt que le test de la dérivée seconde.
- Il est important que les élèves comprennent que la condition  $f'(c) = 0$  ne permet pas de garantir que  $f$  a une valeur extrême locale en  $(c, f(c))$ . De même, certains élèves associent à un point d'inflexion tout point pour lequel  $f''(x) = 0$ ; rappelez-leur que le point d'inflexion d'une fonction est un point où s'opère un changement de concavité.

### Pistes d'évaluation

- À l'aide d'une méthode d'analyse, trouvez les valeurs extrêmes locales et absolues dans l'intervalle indiqué pour chacune des fonctions suivantes.
  - a.  $f(x) = 1 + (x+1)^2$ ,  $-2 \leq x \leq 5$

b.  $f(x) = \frac{1}{x}, x \geq 1$

c.  $f(x) = 3x - x^3, -3 \leq x \leq 3$

- Trouvez toutes les valeurs extrêmes locales et absolues pour chacune des fonctions suivantes.
  - $f(x) = 4 + 6x - 3x^2$
  - $f(x) = \frac{x-1}{x^2 - x + 1}$
  - $y = \frac{4x}{(x-1)^2}$
- Pour chacune des fonctions suivantes, utilisez une méthode d'analyse pour trouver :
  - les valeurs extrêmes locales;
  - les intervalles où la fonction est croissante;
  - les intervalles où la fonction est décroissante.
  - $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
  - $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$
  - $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$
  - $f(x) = x\sqrt{x-9}$
- Pour chacune des expressions suivantes, trouvez toutes les fonctions possibles pour la dérivée indiquée.
  - $f'(x) = x - 3$
  - $f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4}x^2 - \frac{4}{5}x^3$
  - $f'(x) = (x+1)(2x-1)$
  - $f'(x) = \frac{5}{x}$
- Tracez le graphique d'une fonction dérivable  $y = f(x)$  ayant un maximum local en  $(0,1)$  et un minimum absolu en  $(-1,0)$  et  $(1,0)$ .
- Pour chacune des fonctions suivantes, utilisez une méthode d'analyse pour trouver :
  - les points d'inflexion;
  - les intervalles où la fonction est concave vers le haut;
  - les intervalles où la fonction est concave vers le bas.
  - $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x$
  - $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 6x + 1$
- Utilisez une méthode d'analyse pour tracer le graphique de chacune des fonctions suivantes.
  - $f(x) = 2 + 3x^2 - x^3$
  - $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$
- c.  $f(x) = (x-3)\sqrt{x}$

# Calcul différentiel – Chapitre 7

## Problèmes d'optimisation

**Durée suggérée : 5 périodes**

**Sommaire des résultats d'apprentissage spécifiques :**

<b>RAS</b>	<b>Durée suggérée</b>
Résoudre des problèmes d'optimisation.	5 périodes de 60 minutes

## Section 7.1 – Résolution de problèmes d'optimisation (pp. 294-305)

**Durée :** 5 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Résoudre des problèmes d'optimisation.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Représenter graphiquement la situation, s'il y a lieu.
- B. Définir les variables appropriées.
- C. Déterminer la quantité à optimiser.
- D. Déterminer, s'il y a lieu, une relation entre les variables.
- E. Exprimer la quantité à optimiser en fonction d'une seule variable.
- F. Déterminer le domaine de la fonction à optimiser.
- G. Déterminer le maximum (minimum) de la fonction, à l'aide du test de la dérivée première ou du test de la dérivée seconde.
- H. Formuler adéquatement la réponse.

### Pistes d'enseignement

- Demandez aux élèves de donner des exemples de situations où l'on souhaiterait trouver les valeurs minimale et maximale d'une fonction.
- Les élèves ont habituellement de la difficulté à résoudre des problèmes d'optimisation, en particulier avec la formation de la fonction à optimiser et la détermination du domaine approximatif. À cet égard, mentionnez la stratégie en six étapes servant à résoudre des problèmes d'optimisation.
- Lorsqu'ils résolvent des problèmes d'optimisation, les élèves omettent de considérer les points limites comme des valeurs optimales possibles ou ils trouvent des réponses à l'extérieur du domaine de la valeur d'entrée.
- Lorsqu'ils résolvent des problèmes d'optimisation impliquant des fonctions trigonométriques, les élèves ne prennent pas toujours en compte les solutions de remplacement pour  $f'(x) = 0$ . Ils doivent penser au caractère périodique des fonctions trigonométriques, sauf dans les cas où des conditions physiques peuvent restreindre le domaine.

### Pistes d'évaluation

- Si deux nombres positifs ont une somme de 16, quelle est la plus petite valeur possible de la somme de leurs carrés?
- Un fermier possède 2400 m de clôture. Il veut clôturer un champ de forme rectangulaire bordé par une rivière droite, mais il n'a pas besoin de clôturer le long de la rivière. Quelle est la plus grande surface que peut clôturer le fermier?
- On veut fabriquer un réservoir cylindrique devant contenir 1 L d'huile, ce qui représente  $1000 \text{ cm}^3$ . Déterminez les dimensions que doit avoir le réservoir pour que le coût du métal servant à la fabrication soit réduit au minimum? Arrondissez le résultat à un chiffre après la décimale.
- Sur la parabole  $y = \frac{1}{2}x^2$ , trouvez le point le plus proche du point  $(4,1)$ .
- Dans un magasin, on vend chaque semaine 200 lecteurs de disques Blu-Ray à 350 \$ chacun. Selon une étude de marché, si l'on accordait un rabais de 10 \$ à chaque acheteur, on pourrait vendre 20 lecteurs de plus chaque semaine. Quel rabais devrait-on offrir aux acheteurs pour augmenter au maximum les recettes?

## Calcul différentiel – Chapitre 8

### Dérivée des fonctions exponentielles et logarithmiques

Durée suggérée : 5-7 périodes

Sommaire des résultats d'apprentissage spécifiques :

RAS	Durée suggérée
Calculer la dérivée de fonctions exponentielles de la forme $a^{f(x)}$ et de la forme $e^{f(x)}$ .	2-3 périodes de 60 minutes
Calculer la dérivée de fonctions logarithmiques de la forme $\ln f(x)$ et de la forme $\log_a f(x)$ .	3-4 périodes de 60 minutes

## Section 8.2 – Dérivée des fonctions exponentielles (pp. 332-341)

**Durée :** de 2 à 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Calculer la dérivée de fonctions exponentielles de la forme  $a^{f(x)}$  et de la forme  $e^{f(x)}$ .

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Démontrer la règle de dérivation pour les fonctions de la forme  $a^x$ .
- B. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme  $a^{f(x)}$ .
- C. Donner la définition du nombre  $e$ .
- D. Démontrer la règle de dérivation pour les fonctions de la forme  $e^x$ .
- E. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme  $e^{f(x)}$ .
- F. Analyser des fonctions contenant des fonctions exponentielles.
- G. Résoudre des problèmes d'optimisation contenant des fonctions exponentielles.

### Pistes d'enseignement

- Demandez aux élèves de discuter du graphique de  $y = e^x$  et de déterminer quelles propriétés doit avoir la dérivée de cette fonction.
- Il serait approprié de passer en revue brièvement les propriétés des logarithmes, car ces concepts seront utiles aux élèves pour comprendre la matière abordée dans la présente section.
- Assurez-vous que les élèves comprennent pourquoi ils ne peuvent trouver directement la dérivée de  $y = x^x$  à l'aide de la règle des puissances de la règle de dérivation des fonctions exponentielles.

### Pistes d'évaluation

- Trouvez la dérivée de chacune des fonctions suivantes.
  - a.  $f(x) = 5e^{2x}$
  - b.  $f(x) = x^2e^{x-2}$
  - c.  $f(x) = (x^3 + 2x)e^x$
  - d.  $f(x) = 7^{3x^2}$
- Trouvez l'équation de la droite tangente à la courbe  $y = e^{5x}$  au point où  $x = 0$ .

### Section 8.3 – Dérivée des fonctions logarithmiques (pp. 341-347)

**Durée :** de 3 à 4 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Calculer la dérivée de fonctions logarithmiques de la forme  $\ln f(x)$  et de la forme  $\log_a f(x)$ .

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction  $\ln x$ .
- B. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme  $\ln f(x)$ .
- C. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction  $\log_a x$ .
- D. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme  $\log_a f(x)$ .
- E. Analyser des fonctions contenant des fonctions logarithmiques.
- F. Résoudre des problèmes d'optimisation contenant des fonctions logarithmiques.

#### Pistes d'enseignement

- Demandez aux élèves de discuter du graphique de  $y = e^x$  et de déterminer quelles propriétés doit avoir la dérivée de cette fonction.
- Il serait approprié de passer en revue brièvement les propriétés des logarithmes, car ces concepts seront utiles aux élèves pour comprendre la matière abordée dans la présente section.
- Assurez-vous que les élèves comprennent pourquoi ils ne peuvent trouver directement la dérivée de  $y = x^x$  à l'aide de la règle des puissances de la règle de dérivation des fonctions exponentielles.

#### Pistes d'évaluation

- Trouvez la dérivée de chacune des fonctions suivantes.
  - a.  $f(x) = \ln(2x+3)$
  - b.  $f(x) = x \ln x - 3x^2$
  - c.  $f(x) = \log_5(3x-1)$



## Calcul différentiel – Chapitre 9

### Dérivée des fonctions trigonométriques

Durée suggérée : 6-8 périodes

Sommaire des résultats d'apprentissage spécifiques :

RAS	Durée suggérée
Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions sinus et cosinus.	2-3 périodes de 60 minutes
Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions tangente, cotangente, sécante et cosécante.	2 périodes de 60 minutes
Résoudre divers problèmes contenant des fonctions trigonométriques.	2-3 périodes de 60 minutes

## Section 9.1 – Dérivée des fonctions sinus et cosinus (pp. 360-366)

**Durée :** de 2 à 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions sinus et cosinus.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Calculer deux limites utilisées dans la preuve des formules de dérivée des fonctions sinus et cosinus.
- B. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction sinus.
- C. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme  $\sin f(x)$ .
- D. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction cosinus.
- E. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme  $\cos f(x)$ .

### Pistes d'enseignement

- Demandez aux élèves d'examiner le comportement du graphique de la dérivée de  $y = \sin x$ . Ils devraient reconnaître le graphique de  $y = \cos x$ .
- La règle de dérivation de  $y = \sin x$  peut être démontrée directement à partir de la définition de la dérivée à l'aide des deux limites de base  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$  et  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - 1}{h} = 0$ . La règle de dérivation de  $\cos x$  peut être démontrée d'une façon similaire. Soulignez l'importance du rôle de la formule de la somme des angles pour  $\sin(a + b)$ .
- Les règles de dérivation des quatre autres fonctions trigonométriques de base peuvent être démontrées facilement à l'aide des identités et des règles de dérivation des fonctions sinus et cosinus.
- Montrez aux élèves un tableau des dérivées des fonctions trigonométriques de base. Demandez-leur de discuter de différents moyens de retenir ces dérivées.
- Il arrive que les élèves oublient ou appliquent incorrectement les identités trigonométriques de base. Il peut être utile de revoir les identités réciproques, de Pythagore et de la somme d'angles.
- Rappelez aux élèves que les variables des fonctions trigonométriques sont toujours mesurées en radians.

### Pistes d'évaluation

- Trouvez la dérivée des fonctions suivantes.
  - a.  $f(x) = 3x^2 - 2 \cos x$
  - b.  $f(x) = x^2 \cos x$
  - c.  $f(x) = \frac{x \sin x}{1 + x}$
- Trouvez une équation pour exprimer la droite tangente à la courbe  $y = 2x \sin x$  au point où  $x = \frac{\pi}{2}$ .

## Section 9.2 – Dérivée des fonctions tangente, cotangente, sécante et cosécante (pp. 367-373)

**Durée :** 2 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions tangente, cotangente, sécante et cosécante.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction tangente.
- B. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme  $\tan f(x)$ .
- C. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction cotangente.
- D. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme  $\cot f(x)$ .
- E. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction sécante.
- F. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme  $\sec f(x)$ .
- G. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction cosécante.
- H. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme  $\csc f(x)$ .

### Pistes d'enseignement

- Les règles de dérivation des quatre autres fonctions trigonométriques de base peuvent être démontrées facilement à l'aide des identités et des règles de dérivation des fonctions sinus et cosinus.
- Montrez aux élèves un tableau des dérivées des fonctions trigonométriques de base. Demandez-leur de discuter de différents moyens de retenir ces dérivées.
- Il arrive que les élèves oublient ou appliquent incorrectement les identités trigonométriques de base. Il peut être utile de revoir les identités réciproques, de Pythagore et de la somme d'angles.
- Rappelez aux élèves que les variables des fonctions trigonométriques sont toujours mesurées en radians.

### Pistes d'évaluation

- Trouvez la dérivée de la fonction suivante.

$$f(x) = \frac{x}{2 - \tan x}$$

## Section 9.3 – Applications de la dérivée à des fonctions trigonométriques (pp. 373-381)

**Durée :** de 2 à 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Résoudre divers problèmes contenant des fonctions trigonométriques.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Analyser des fonctions contenant des fonctions trigonométriques.
- B. Résoudre des problèmes d'optimisation contenant des fonctions trigonométriques.
- C. Résoudre des problèmes de taux de variation liés contenant des fonctions trigonométriques.

<b>Pistes d'enseignement</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Les règles de dérivation des quatre autres fonctions trigonométriques de base peuvent être démontrées facilement à l'aide des identités et des règles de dérivation des fonctions sinus et cosinus.</li><li>• Montrez aux élèves un tableau des dérivées des fonctions trigonométriques de base. Demandez-leur de discuter de différents moyens de retenir ces dérivées.</li><li>• Il arrive que les élèves oublient ou appliquent incorrectement les identités trigonométriques de base. Il peut être utile de revoir les identités réciproques, de Pythagore et de la somme d'angles.</li><li>• Rappelez aux élèves que les variables des fonctions trigonométriques sont toujours mesurées en radians.</li></ul>

# Calcul différentiel – Chapitre 10

## Dérivée des fonctions trigonométriques inverses

Durée suggérée : 8-9 périodes

### Sommaire des résultats d'apprentissage spécifiques :

RAS	Durée suggérée
Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions Arc sin $f(x)$ et Arc cos $f(x)$ .	2 périodes de 60 minutes
Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions Arc tan $f(x)$ et Arc cot $f(x)$ .	2 périodes de 60 minutes
Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions Arc sec $f(x)$ et Arc csc $f(x)$ .	2 périodes de 60 minutes
Résoudre divers problèmes contenant des fonctions trigonométriques inverses.	2-3 périodes de 60 minutes

## Section 10.1 – Dérivée des fonctions Arc sinus et Arc cosinus (pp. 391-399)

**Durée :** 2 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions Arc sin  $f(x)$  et Arc cos  $f(x)$ .

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Déterminer le domaine et l'image de la fonction Arc sinus.
- B. Donner la définition de la fonction Arc sinus.
- C. Représenter graphiquement la fonction Arc sinus.
- D. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction Arc sin  $x$ .
- E. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme Arc sin  $f(x)$ .
- F. Déterminer le domaine et l'image de la fonction Arc cosinus.
- G. Donner la définition de la fonction Arc cosinus.
- H. Représenter graphiquement la fonction Arc cosinus.
- I. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction Arc cos  $x$ .
- J. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme Arc cos  $f(x)$ .

### Pistes d'enseignement

- Discutez avec les élèves de la relation entre la pente des fonctions linéaires et la pente de leurs réciproques.
- Soulignez la relation entre la valeur  $a$  dans le domaine de  $f$  et la valeur  $f(a)$  dans le domaine de  $f^{-1}$ .
- Les élèves doivent comprendre comment on obtient la dérivée des fonctions réciproques. Pour bon nombre d'entre eux, il est beaucoup plus utile de comprendre ces concepts que de mémoriser des formules.
- Les identités de fonction réciproque-cofonction réciproque et les identités de conversion de calcul sont très importantes. Il est essentiel que les élèves sachent comment entrer toutes les fonctions trigonométriques réciproques dans une calculatrice.
- Présentez aux élèves un tableau des dérivées des fonctions trigonométriques réciproques de base. Invitez-les à discuter de différents moyens pour mémoriser ces dérivées.

### Pistes d'évaluation

- Trouvez la dérivée de chacune des fonctions suivantes.
  - a.  $y = \text{Arc sin}(2x + 1)$
  - b.  $y = x \text{ Arc sin } x + \sqrt{1 - x^2}$
- Trouvez l'équation de la droite tangente à la courbe  $y = \cos^{-1} x$  au point où  $x = \frac{1}{2}$ .

## Section 10.2 – Dérivée des fonctions Arc tangente et Arc cotangente (pp. 400-406)

**Durée :** 2 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions Arc tan  $f(x)$  et Arc cot  $f(x)$ .

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Déterminer le domaine et l'image de la fonction Arc tangente.
- B. Donner la définition de la fonction Arc tangente.
- C. Représenter graphiquement la fonction Arc tangente.
- D. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction Arc tan  $x$ .
- E. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme Arc tan  $f(x)$ .
- F. Déterminer le domaine et l'image de la fonction Arc cotangente.
- G. Donner la définition de la fonction Arc cotangente.
- H. Représenter graphiquement la fonction Arc cotangente.
- I. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction Arc cot  $x$ .
- J. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme Arc cot  $f(x)$ .

### Pistes d'enseignement

- Discutez avec les élèves de la relation entre la pente des fonctions linéaires et la pente de leurs réciproques.
- Soulignez la relation entre la valeur  $a$  dans le domaine de  $f$  et la valeur  $f(a)$  dans le domaine de  $f^{-1}$ .
- Les élèves doivent comprendre comment on obtient la dérivée des fonctions réciproques. Pour bon nombre d'entre eux, il est beaucoup plus utile de comprendre ces concepts que de mémoriser des formules.
- Les identités de fonction réciproque-cofonction réciproque et les identités de conversion de calcul sont très importantes. Il est essentiel que les élèves sachent comment entrer toutes les fonctions trigonométriques réciproques dans une calculatrice.
- Présentez aux élèves un tableau des dérivées des fonctions trigonométriques réciproques de base. Invitez-les à discuter de différents moyens pour mémoriser ces dérivées.
- Lorsqu'ils se servent d'une calculatrice pour évaluer  $\cot^{-1} x$ , il est possible que les élèves tentent d'utiliser  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ . Faites-leur remarquer que ces deux fonctions ne sont pas équivalentes, car les images sont différentes et  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$  n'est pas défini en  $x = 0$ .

### Pistes d'évaluation

- Trouvez la dérivée de chacune des fonctions suivantes.
  - a.  $y = \text{Arc tan}(x^2)$
  - b.  $y = \text{Arc tan}(\cos x)$

**N.B.** Il y a une erreur au théorème 10.8 du livre *Calcul différentiel, 6<sup>e</sup> édition*. Il devrait être inscrit ainsi :

$$H'(x) = \left[ \frac{-1}{1 + [f(x)]^2} \right] f'(x) = \frac{-f'(x)}{1 + [f(x)]^2}$$

## Section 10.3 – Dérivée des fonctions Arc sécante et Arc cosécante (pp. 406-414)

**Durée :** 2 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Calculer la dérivée de fonctions contenant des fonctions Arc sec  $f(x)$  et Arc csc  $f(x)$ .

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Déterminer le domaine et l'image de la fonction Arc sécante.
- B. Donner la définition de la fonction Arc sécante.
- C. Représenter graphiquement la fonction Arc sécante.
- D. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction Arc sec  $x$ .
- E. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme Arc sec  $f(x)$ .
- F. Déterminer le domaine et l'image de la fonction Arc cosécante.
- G. Donner la définition de la fonction Arc cosécante.
- H. Représenter graphiquement la fonction Arc cosécante.
- I. Démontrer la règle de dérivation pour la fonction Arc csc  $x$ .
- J. Calculer la dérivée de fonctions contenant des expressions de la forme Arc csc  $f(x)$ .

### Pistes d'enseignement

- Discutez avec les élèves de la relation entre la pente des fonctions linéaires et la pente de leurs réciproques.
- Soulignez la relation entre la valeur  $a$  dans le domaine de  $f$  et la valeur  $f(a)$  dans le domaine de  $f^{-1}$ .
- Les élèves doivent comprendre comment on obtient la dérivée des fonctions réciproques. Pour bon nombre d'entre eux, il est beaucoup plus utile de comprendre ces concepts que de mémoriser des formules.
- Les identités de fonction réciproque-cofonction réciproque et les identités de conversion de calcul sont très importantes. Il est essentiel que les élèves sachent comment entrer toutes les fonctions trigonométriques réciproques dans une calculatrice.
- Présentez aux élèves un tableau des dérivées des fonctions trigonométriques réciproques de base. Invitez-les à discuter de différents moyens pour mémoriser ces dérivées.

## Section 10.4 – Applications de la dérivée à des fonctions trigonométriques inverses (pp. 415-420)

**Durée :** de 2 à 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul différentiel.

**RAS :** Résoudre divers problèmes contenant des fonctions trigonométriques inverses.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Analyser des fonctions contenant des fonctions trigonométriques inverses.
- B. Résoudre des problèmes d'optimisation contenant des fonctions trigonométriques inverses.
- C. Résoudre des problèmes de taux de variation liés contenant des fonctions trigonométriques inverses.

### Pistes d'enseignement

- Discutez avec les élèves de la relation entre la pente des fonctions linéaires et la pente de leurs réciproques.
- Soulignez la relation entre la valeur  $a$  dans le domaine de  $f$  et la valeur  $f(a)$  dans le domaine de  $f^{-1}$ .
- Les élèves doivent comprendre comment on obtient la dérivée des fonctions réciproques. Pour bon nombre d'entre eux, il est beaucoup plus utile de comprendre ces concepts que de mémoriser des formules.
- Les identités de fonction réciproque-cofonction réciproque et les identités de conversion de calcul sont très importantes. Il est essentiel que les élèves sachent comment entrer toutes les fonctions trigonométriques réciproques dans une calculatrice.
- Présentez aux élèves un tableau des dérivées des fonctions trigonométriques réciproques de base. Invitez-les à discuter de différents moyens pour mémoriser ces dérivées.

## Calcul intégral – Chapitre 2

### Intégration

**Durée suggérée : 7-8 périodes**

#### Sommaire des résultats d'apprentissage spécifiques :

<b>RAS</b>	<b>Durée suggérée</b>
Donner la définition de l'intégrale indéfinie, énoncer certaines de ses propriétés et déterminer l'intégrale indéfinie de certaines fonctions.	3 périodes de 60 minutes
Résoudre certaines intégrales en utilisant la méthode du changement de variables.	4-5 périodes de 60 minutes

## Section 2.2 – Intégrale indéfinie et formules de base (pp. 66-74)

**Durée :** 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul intégral.

**RAS :** Donner la définition de l'intégrale indéfinie, énoncer certaines de ses propriétés et déterminer l'intégrale indéfinie de certaines fonctions.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Donner la définition de primitive (ou d'antidérivée).
- B. Utiliser la terminologie et la notation de l'intégrale indéfinie.
- C. Appliquer les formules d'intégration de base.
- D. Utiliser certaines propriétés de l'intégrale indéfinie.
- E. Transformer la fonction à intégrer afin d'utiliser, si c'est possible, les formules de base.

### Pistes d'enseignement

- Les élèves commettent souvent des erreurs lorsqu'ils trouvent des intégrales indéfinies. Ils devraient prendre l'habitude de dériver leur réponse pour s'assurer d'avoir trouvé la bonne intégrale indéfinie.

### Pistes d'évaluation

- Calculez les intégrales suivantes.
  - a.  $\int x^7 dx$
  - b.  $\int \frac{1}{x^7} dx$
  - c.  $\int \sqrt[5]{v} dv$
  - d.  $\int \frac{1}{\sqrt[5]{u}} du$
  - e.  $\int \left( \frac{1}{\sqrt{x^3}} - \sqrt[3]{x} \right) dx$
  - f.  $\int d\theta$

## Section 2.3 – Intégration à l'aide d'un changement de variable (pp. 74-86)

**Durée :** de 4 à 5 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul intégral.

**RAS :** Résoudre certaines intégrales en utilisant la méthode du changement de variables.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Résoudre une intégrale à l'aide d'un changement de variable.
- B. Déterminer des formules d'intégration pour les fonctions  $\tan x$  et  $\cot x$ , et les appliquer.
- C. Déterminer des formules d'intégration pour les fonctions  $\sec x$  et  $\csc x$ , et les appliquer.
- D. Calculer des intégrales après avoir utilisé certains artifices de calcul ou certaines identités.

### Pistes d'enseignement

- Pour aborder le sujet de la présente section, il est utile de commencer par revoir la règle de la dérivation en chaîne puisque la substitution  $u$  est une méthode d'inversion de cette règle.
- L'une des erreurs que commettent le plus souvent les élèves lorsqu'ils utilisent la méthode de substitution est d'insérer le mauvais multiplicateur de constante. Pour prévenir ce type d'erreur, insistez sur la nature mécanique du processus, une fois qu'ils auront déterminé la substitution appropriée à faire. Par exemple, si  $u = 2x$ , alors  $du = 2 dx$ , on peut donc résoudre  $dx$  pour obtenir  $dx = \frac{1}{2} du$ . Il suffit ensuite de faire la substitution appropriée pour  $dx$  dans le problème d'intégrale.

### Pistes d'évaluation

- Trouvez chacune des intégrales indéfinies suivantes.
  - a.  $\int (x^2 + x^{-2}) dx$
  - b.  $\int \frac{x^3 - 2\sqrt{x}}{x} dx$
- Trouvez chacune des intégrales indéfinies suivantes à l'aide de la substitution appropriée.
  - a.  $\int 2x\sqrt{1+x^2} dx$
  - b.  $\int x^3 \cos(x^4 + 2) dx$



# Calcul intégral – Chapitre 3

## Intégrale définie

**Durée suggérée : 6 périodes**

**Sommaire des résultats d'apprentissage spécifiques :**

<b>RAS</b>	<b>Durée suggérée</b>
Calculer certaines intégrales définies en utilisant le théorème fondamental du calcul.	3 périodes de 60 minutes
Calculer l'aire de régions fermées.	3 périodes de 60 minutes

### Section 3.4 – Le théorème fondamental du calcul (pp. 153-161)

**Durée :** 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul intégral.

**RAS :** Calculer certaines intégrales définies en utilisant le théorème fondamental du calcul.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Donner la définition de l'intégrale définie. (**voir Section 3.3**)
- B. Utiliser certaines propriétés de l'intégrale définie. (**voir Section 3.3**)
- C. Démontrer le théorème fondamental du calcul. (**2<sup>e</sup> partie seulement**)
- D. Évaluer des intégrales définies en utilisant le théorème fondamental du calcul.
- E. Évaluer des intégrales définies par changement de variable sans changer les bornes d'intégration.
- F. Évaluer des intégrales définies par changement de variable et en changeant les bornes d'intégration.

#### Pistes d'enseignement

- Rappelez aux élèves que le théorème fondamental du calcul différentiel et intégral démontre le lien entre le calcul différentiel et le calcul intégral.
- Les élèves commettent des erreurs de toutes sortes lorsqu'ils font une substitution dans des intégrales définies. Encouragez les élèves qui ont de la difficulté à écrire le nom de la variable et les limites de l'intégration pour éviter de faire des erreurs. Par exemple :  $\int_{u=3}^{u=5} u^2 du$ .

#### Pistes d'évaluation

- Évaluez chacune des intégrales définies suivantes.
  - a.  $\int_{-1}^2 (x^3 - 2x) dx$
  - b.  $\int_1^4 (5 - 2x + 3x^2) dx$
  - c.  $\int_1^9 \sqrt{x} dx$
  - d.  $\int_{-1}^2 (x - 2)(x + 3) dx$
  - e.  $\int_{\pi/4}^{\pi} \sin x dx$
  - f.  $\int_0^1 e^x dx$
- Évaluez chacune des intégrales définies suivantes.
  - a.  $\int_{-2}^3 (x^2 - 3) dx$
  - b.  $\int_1^4 \left( \frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3} \right) dx$
- Évaluez chacune des intégrales définies suivantes à l'aide de la substitution appropriée.

a.  $\int_0^4 \sqrt{2x+1} dx$

b.  $\int_1^2 \frac{dx}{(3-5x)^2}$

### Section 3.5 – Calcul d'aires à l'aide de l'intégrale définie (pp. 161-170)

**Durée :** 3 périodes

**RAG :** L'élève pourra développer le raisonnement du calcul intégral.

**RAS :** Calculer l'aire de régions fermées.

*Les indicateurs qui suivent peuvent servir à déterminer si l'élève a bien atteint le RAS correspondant.*

- A. Calculer l'aire d'une région comprise entre une courbe et l'axe des  $x$ .
- B. Calculer l'aire d'une région située entre deux courbes avec la variable d'intégration  $x$  (rectangles verticaux).

#### Pistes d'enseignement

- Pour trouver l'aire d'une région située entre deux courbes, il faut d'abord tracer le graphique de la région. En dessinant les deux courbes, les élèves seront capables de trouver la formule de la courbe supérieure.
- Pour déterminer les limites de l'intégration, il peut être nécessaire de trouver les points d'intersection de  $y = f(x)$  et  $y = g(x)$ . Il faut dans ce cas résoudre l'équation  $f(x) = g(x)$  pour trouver les coordonnées sur l'axe des  $x$  des points d'intersection, qui deviendront les limites de l'intégrale définie.
- Lorsqu'ils trouvent l'aire d'une région située entre une courbe et l'axe des  $x$ , certains élèves ne portent pas attention au signe de la fonction. Ils devraient diviser les fonctions comportant à la fois des valeurs positives et négatives afin de considérer séparément les intervalles par rapport auxquels la courbe se situe au-dessus et au-dessous de l'axe des  $x$ .

#### Pistes d'évaluation

- Pour chacune des expressions suivantes, trouvez l'aire de la région située entre la courbe et l'axe des  $x$ .
  - a.  $y = 2 + x, 1 \leq x \leq 4$
  - b.  $y = 2x^2 - 1, 1 \leq x \leq 3$
  - c.  $y = x^3 - 1, 2 \leq x \leq 3$
  - d.  $y = x^3 - 4x, 2 \leq x \leq 3$
- Trouvez l'aire de la région comprise dans chaque groupe d'équations.
  - a.  $y = x + 1, y = 9 - x^2, x = -1, x = 2$
  - b.  $y = \sin x, y = x, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi$
  - c.  $y = (x - 2)^2, y = x$
  - d.  $y = x^2 - 2x, y = x + 4$

**-D-**

**Annexes**



## Sommaire

<b>Annexe A :</b>	Séquence d'enseignement suggérée	110
<b>Annexe B :</b>	Solutions des pistes d'évaluation	111
<b>Annexe C :</b>	Liste de sites Internet utiles	116
<b>Annexe D :</b>	Logiciels intéressants et applications	117
<b>Annexe E :</b>	Références	118

Annexe A  
**Séquence d'enseignement suggérée**

Chapitre	Titre
<b>CALCUL DIFFÉRENTIEL</b>	
2	Limites et continuités
3	Définition de la dérivée
4	Dérivée de fonctions algébriques et de fonctions implicites
5	Taux de variation
6	Analyse de fonctions algébriques
7	Problèmes d'optimisation
8	Dérivée des fonctions exponentielles et logarithmiques
9	Dérivée des fonctions trigonométriques
10	Dérivée des fonctions trigonométriques inverses
<b>CALCUL INTÉGRAL</b>	
2	Intégration
3	Intégrale définie

## Annexe B

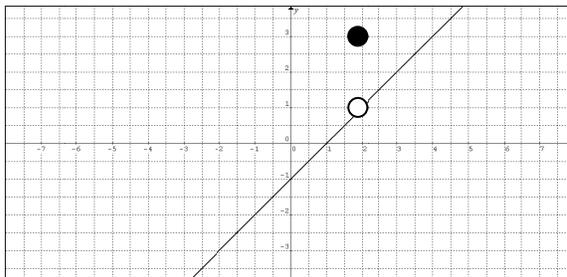
### Solutions des pistes d'évaluation

#### SECTIONS 2.1 et 2.2

- a. 14,7 m/s
- b. 29,4 m/s
- a. 9
- b. 4
- c.  $-\frac{1}{16}$
- d. -10
- e.  $\frac{2}{3}$
- a. 3
- b. 1
- c. Elle n'existe pas.

#### SECTION 2.3

- a.  $x = -2$ ; discontinuité infinie
- b.  $x = 1$ ; discontinuité par saut fini
- a.  $y = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 3, & x = 2 \end{cases}$
- b.  $y = \begin{cases} \frac{\cos \theta - 1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$
- Les réponses peuvent varier. Voici une solution possible :

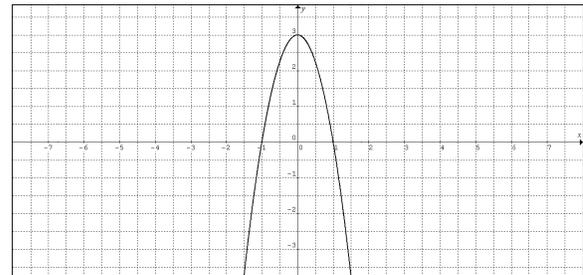


#### SECTION 3.1

- a. -11
- b.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- c.  $\frac{1}{10}$
- a. Pente : 2; droite tangente :  $y = 2x + 1$ ;  
droite normale :  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$
- b. Pente : 1; droite tangente :  $y = x$ ; droite normale :  $y = -x$
- c. Pente : -2; droite tangente :  
 $y = -2x + 6$ ; droite normale :  $y = \frac{1}{2}x - 1$
- -4 m/s
- $10 \text{ cm}^2/\text{cm}$

#### SECTIONS 3.2 et 3.3

- a. -13
- b.  $-\frac{1}{16}$
- c. -2
- a.  $f'(x) = 2x - 6x^2$
- b.  $f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{9-x}}$
- c.  $f'(x) = \frac{-7}{(3+x)^2}$



## SECTIONS 4.1 et 4.2

- a.  $f'(x) = 3x^5 - 12x^3 + 1$
- b.  $f'(x) = -6x^5 - 5x^4 - 4x^3 + 4x + 2$
- c.  $f'(x) = 1 + x^{-2} + 6x^{-4}$
- d.  $f'(x) = \frac{-x^2 - 2x - 3}{(x^2 + x - 2)^2}$
- a.  $y = 12x - 3$
- b.  $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$
- a.  $y' = 4x^3 - 9x^2 + 16$ ;  $y'' = 12x^2 - 18x$ ;  
 $y''' = 24x - 18$
- b.  $y' = \frac{1}{x^2}$ ;  $y'' = \frac{-2}{x^3}$ ;  $y''' = \frac{6}{x^4}$
- $y = 12x - 15$ ;  $y = 12x + 17$

## SECTION 4.3

- a.  $y' = 10x(2x^2 + 3)(x^4 + 3x^2 - 2)^4$
- b.  
 $y' = (2x - 3)^3(x^2 + x + 1)^4(28x^2 - 12x - 7)$
- c.  $y' = \frac{-12x(x^2 + 1)^2}{(x^2 - 1)^4}$
- d.  $y = \frac{\sin x - 2x \cos x - 2 \cos x}{\sin^3 x}$
- 20

## SECTION 4.4

- a.  $\frac{dy}{dx} = \frac{9x}{y}$
- b.  $\frac{dy}{dx} = \frac{-2x - y}{x - 2y}$
- c.  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x + y \sin x}{\cos x - 2y}$
- d.  $\frac{dy}{dx} = \frac{4x^3y - 2xy^3}{5y^4 + 3x^2y^2 - x^4}$
- a. -1
- b. -4

- $x = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$
- Droite tangente :  $y = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$ ; droite  
normale :  $y = 5x - 11$
- $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{36y^2 - 81x^2}{16y^3}$
- a.  $f'(x) = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 - 1}}$
- b.  $f'(x) = \frac{-3x - 5}{2\sqrt{x(3x - 5)^2}}$

## SECTION 5.1

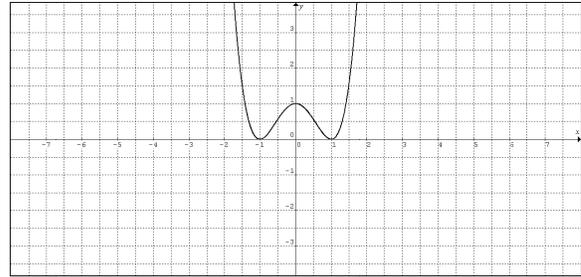
- a.  $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$
- b. -3 m/s; 9 m/s
- c. 1 s et 3 s
- d. Sens positif :  $0 \leq t < 1$  or  $t > 3$ ; sens  
négatif :  $1 < t < 3$
- e.  $a(t) = 6t - 12$
- f. Accélération :  $t > 2$ ; ralentissement :  
 $t < 2$
- a. 4,9 m/s; -14,7 m/s
- b. 2,5 s
- c. 30,625 m
- d. 5 s
- e. -24,5 m/s
- a. -218,75 L/min; -187,5 L/min; -  
125 L/min; 0 L/min
- b. 0 min; 40 min

## SECTION 5.2

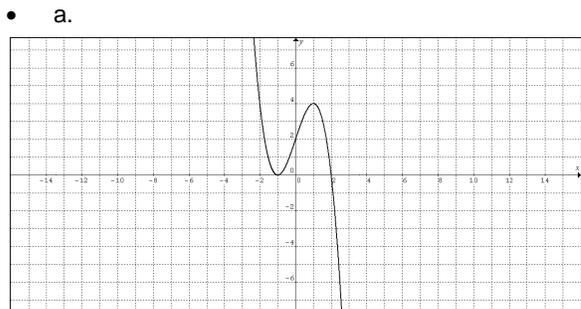
- $\frac{1}{25\pi}$  cm/s  $\doteq$  0.0127 cm/s
- $-\frac{3}{4}$  ft/s
- $\frac{8}{9\pi}$  m/min  $\doteq$  0.28 m/min
- 78 mi/h
- 0,128 rad/s

## SECTIONS 6.1, 6.3 et 6.5

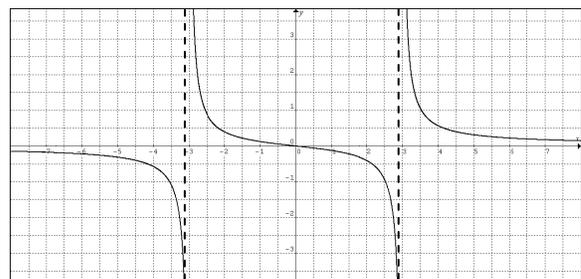
- a. Maximum local :  $(-2,2)$ ; minimum absolu :  $(-1,1)$ ; maximum absolu :  $(5,37)$
- b. Maximum absolu :  $(1,1)$
- c. Maximum absolu :  $(-3,18)$ ; minimum local :  $(-1,-2)$ ; maximum local :  $(1,2)$ ; minimum absolu :  $(3,-18)$
- a. Maximum absolu :  $(1,7)$
- b. Minimum absolu :  $(0,-1)$ ; maximum absolu :  $\left(2, \frac{1}{3}\right)$
- c. Maximum absolu :  $(-1,1)$
- a. Maximum local :  $(-3,81)$ ; minimum local :  $(2,-44)$ ; croissante :  $x < -3$  and  $x > 2$ ; décroissante :  $-3 < x < 2$
- b. Minimum absolu :  $(-1,2)$ ; maximum local :  $(0,3)$ ; minimum absolu :  $(1,2)$ ; croissante :  $-1 < x < 0$  and  $x > 1$ ; décroissante :  $x < -1$  and  $0 < x < 1$
- c. Minimum absolu :  $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ ; maximum absolu :  $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ ; croissante :  $-1 < x < 1$ ; décroissante :  $x < -1$  and  $x > 1$
- d. Minimum absolu :  $(9,0)$ ; croissante :  $x > 9$
- a.  $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + C$
- b.  $f'(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{5}x^4 + C$
- c.  $f'(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$
- d.  $f'(x) = 5 \ln x + C$
- Les réponses peuvent varier. Voici une solution possible :



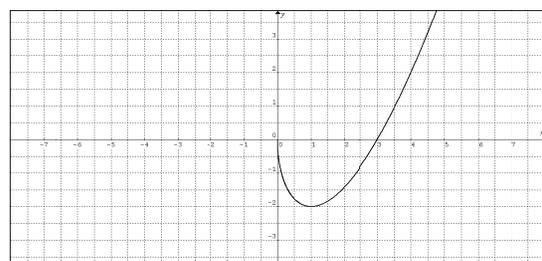
- a. Point d'inflexion :  $(0,0)$ ; concave vers le haut :  $x > 0$ ; concave vers le bas :  $x < 0$
- b. Point d'inflexion :  $\left(\frac{1}{4}, -\frac{5}{8}\right)$ ; concave vers le haut :  $x > \frac{1}{4}$ ; concave vers le bas :  $x < \frac{1}{4}$



b.

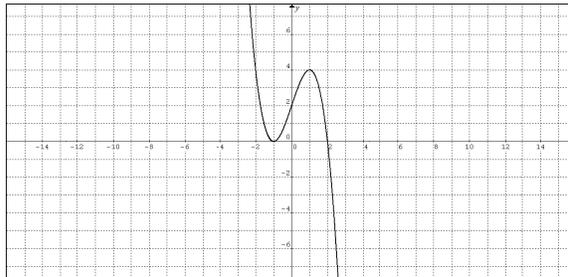


c.

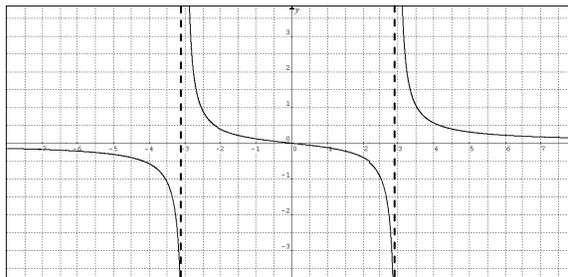


**SECTION 6.2**

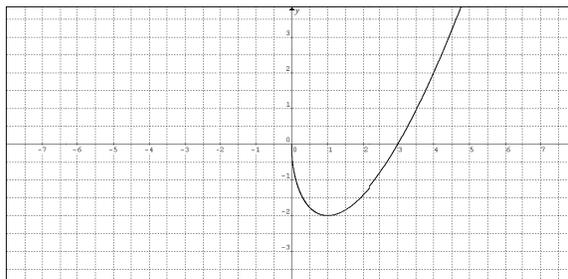
- a. Point d'inflexion :  $(0,0)$ ; concave vers le haut :  $x > 0$ ; concave vers le bas :  $x < 0$
- b. Point d'inflexion :  $\left(\frac{1}{4}, -\frac{5}{8}\right)$ ; concave vers le haut :  $x > \frac{1}{4}$ ; concave vers le bas :  $x < \frac{1}{4}$



b.



c.



**SECTION 6.4**

- Asymptote horizontale :  $y = 2$ ; asymptote verticale :  $x = \pm 1$
- a.  $\infty$
- b.  $-\infty$

c.  $\frac{5}{2}$

- a.  $2x^2$
- b.  $\frac{1}{2}x$
- c.  $-1$
- Modèle de comportement final à droite :  $3x^2$ ; modèle de comportement final à gauche :  $3x^2$

**SECTION 7.1**

- 128
- 600 pi sur 1200 pi
- Rayon :  $\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$  m  $\doteq$  5,4 m; hauteur :  $2\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$  m  $\doteq$  10,8 m
- $(2,2)$
- 125 \$

**SECTION 8.2**

- a.  $f'(x) = 10e^{2x}$
- b.  $f'(x) = xe^{x-2}(x+2)$
- c.  $f'(x) = e^x(x^3 + 3x^2 + 2x + 2)$
- d.  $f'(x) = 7^{3x^2} \cdot 6x \ln 7$
- $y = 5x + 1$

**SECTION 8.3**

- a.  $f'(x) = \frac{2}{2x+3}$
- b.  $f'(x) = -5x + \ln x$
- c.  $f'(x) = \frac{3}{(x-1)\ln 5}$

**SECTION 9.1**

- a.  $y' = 6x + 2 \sin x$
- b.  $y' = -x^2 \sin x + 2x \cos x$

$$c. \quad y' = \frac{\sin x + x \cos x + x^2 \cos x}{(1+x)^2}$$

$$\bullet \quad y = 2x$$

## SECTION 9.2

$$\bullet \quad y' = \frac{2 - \tan x + x \sec^2 x}{(2 - \tan x)^2}$$

## SECTION 10.1

$$\bullet \quad a. \quad y' = \frac{1}{\sqrt{-x-x^2}}$$

$$b. \quad y' = \sin^{-1} x$$

$$\bullet \quad y = -\frac{2\sqrt{3}}{3}x + \frac{\pi+3}{3}$$

## SECTION 10.2

$$\bullet \quad a. \quad y' = \frac{2x}{1+x^4}$$

$$b. \quad y' = \frac{-\sin x}{1+\cos^2 x}$$

## SECTION 2.2 (I)

$$\bullet \quad a. \quad \frac{x^8}{8} + C$$

$$b. \quad \frac{-1}{6x^6} + C$$

$$c. \quad \frac{5}{6}\sqrt[5]{v^6} + C$$

$$d. \quad \frac{5}{4}\sqrt[5]{u^4} + C$$

$$e. \quad \frac{-2}{\sqrt{x}} - \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + C$$

$$f. \quad \theta + C$$

## SECTION 2.3 (I)

$$\bullet \quad a. \quad \frac{1}{3}x^3 - x^{-1} + C$$

$$b. \quad \frac{1}{3}x^3 - 4\sqrt{x} + C$$

$$\bullet \quad a. \quad \frac{2}{3}(1+x^2)^{3/2} + C$$

$$b. \quad \frac{1}{4}\sin(x^4+2) + C$$

## SECTION 3.4 (I)

$$\bullet \quad a. \quad \frac{3}{4}$$

$$b. \quad 63$$

$$c. \quad \frac{52}{3}$$

$$d. \quad -\frac{27}{2}$$

$$e. \quad \frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

$$f. \quad e^{-1}$$

$$\bullet \quad a. \quad -\frac{10}{3}$$

$$b. \quad -\frac{21}{8}$$

$$\bullet \quad a. \quad 13$$

$$b. \quad \frac{1}{14}$$

## SECTION 3.5 (I)

$$\bullet \quad a. \quad \frac{27}{2}$$

$$b. \quad \frac{46}{3}$$

$$c. \quad \frac{61}{4}$$

$$d. \quad \frac{25}{4}$$

$$\bullet \quad a. \quad \frac{39}{2}$$

$$b. \quad \frac{3\pi^2}{8} - 1$$

$$c. \quad \frac{9}{2}$$

$$d. \quad \frac{125}{6}$$

Annexe C  
**Sites Internet utiles**

- **Site du ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance :**

<http://www.gov.pe.ca/eecd/>

- **Site créé pour les enseignants de mathématiques de l'Î.-P.-É. par le spécialiste des mathématiques et des sciences au secondaire :**

<http://mathsipe.weebly.com/>

- **Animation représentant la sécante et la tangente :**

<http://www.calvin.edu/~rpruim/courses/m161/F01/java/SecantTangent.shtml>

- **Derivative Calculator :**

<http://www.derivative-calculator.net/#>

- **Integral Calculator :**

<http://www.integral-calculator.com/#>

Annexe D

**Logiciels intéressants et applications**

- Autograph
- Geogebra (<http://www.geogebra.org/cms/>)
- Quick Graph (iPad)
- MetaCalculator (iPad)

Annexe E  
**Références**

CHARRON, Gilles, PARENT, Pierre. *Calcul différentiel, 6<sup>e</sup> édition*. Montréal : Groupe Beauchemin, 2007. 518 p. ISBN 978-2-7616-4519-5

CHARRON, Gilles, PARENT, Pierre. *Calcul intégral, 4<sup>e</sup> édition*. Montréal : Chenelière Éducation inc., 2009. 474 p. ISBN 978-2-7616-5441-8